577

PHILOSOPHIA
LIBERA
SEU
ECLECTICA
RATIONALIS, ET MECHANICA SENSUUM

Ad Studioſæ Juventutis inſtitutionem accommodata.

AUCTORE

P. IG. MONTEIRO S. J.
LUSITANO.

TOMUS I.

IN QUO

Neceſſaria Philoſophiæ Prolegomena, hoc eſt, Elementa Geometriæ, & Hiſtoria Philoſophiæ continentur.

PARS SECUNDA

HISTORIA PHILOSOPHIÆ.

VENETIIS MDCCLXVI.

TYPIS ANTONII ZATTA

SUPERIORUM PERMISSU, AC PRIVILEGIIS.

h. 6. 271

LUSITANÆ JUVENTUTI.

NUllus, credo, veſtrum jam eſt, qui ea tempeſtate, & locorum diſtantia, qua vivimus, & poſt illas humanarum rerum viciſſitudines, quarum vos teſtes fuiſtis, mea hæc vobis e longinquis adeo regionibus dirigenda, veſtrique gratia in lucem publicam emittenda eſſe ſperaret. At laborem hunc meum, ut ipſi ſcitis, dum inter vos in Luſitania, communi olim nobis patria, viverem, ut vobis unice inſervirem, mente concepi, perficere ſum aggreſſus, ad umbilicum perduxi, vobiſque tandem non ambiguis verbis annuntiavi. Eſt adhuc in me primus ille meus erga vos amor, nihilque de priſtino illo affectu, & veſtrum omnium exiſtimatione remiſi hactenus. Ne igitur, quæſo, miremini, ſi meæ ego in vos benevolentiæ morem gerens, ut interpoſitam utcumque fidem liberarem, compoſitam inter vos Philoſophiam, vobis dedicem, & e remotis adeo locis remittam. Gratam eam vobis olim futuram, dubitare mihi per veſtram erga me benevolentiam non licebat. Quid modo in tanta rerum mutatione credere oporteat, eventus docebit. Duo ſaltem vobis, quæ indubia ſunt, ſuadere poterunt, quod Philoſophico hoc ego opere non leviter vos demereri, & ſperare poſſem, & ſi fas eſt dicere, deberem; 1°. quod licet datus mihi a natura genius, potioraque mea, & magis aſſidua ſtudia in aliis ſcientiis, & artibus impenderentur, ut vos ipſi, qui me Conimbricæ noſtis, non ignoratis, ut inſtructioni tamen veſtræ in ſcientiis naturalibus inſervirem, non exiguam ſtudiorum meorum partem hiſce facultatibus conſecrarem: 2°. quod nullis ego laboribus, aut curis parcerem, ut opus non inutile vobis offerrem, & magnum illum, quem in vobis agnoſcebam, erga ſcientiam naturalem, & nuperam philoſophiam

amorem ulterius promoverem: quod ſi hæc ultima non ſim aſſecutus, id totum imbecillitati, & tenuitati meæ referendum exiſtimate.

Diuturna ego experientia, & multarum gentium commercio edoctus compertum illud habeo, quod incredibile videri poſſet, in tanta librorum Philoſophicorum varietate, & multitudine, quibus hac ætate fruimur, non parum adhuc deſudare, & laborare hujus facultatis profeſſores, & ſtudioſos tyrones, ut primi Philoſophiam ordinare, & tradere, ſecundi vero eam intelligere, & ediſcere, præſcripto addiſcendæ philoſophiæ tempore poſſint. Id etiam apprime ſcio, ob maximam ſcilicet argumenti difficultatem, & extenſionem, plurimiſque aliis de cauſis, quas annis procedentibus propria obſervatione cognoſcetis, fieri vix poſſe, ut adoleſcentes in philoſophia ſatis inſtructi evadant, ſi Philoſophicum ſtadium abſolverunt, quin aliud menti, & memoriæ mandaverint, præter ea, quæ a magiſtro dictata acceperunt. Qualeſcumque tamen ſint hujuſce rei cauſæ, ne ſatis commune hoc malum vos etiam tangat, cum mihi in dedicato hoc vobis opere ſcribendo ſcopum, & finem propoſui, ut quidquid in Philoſophia, & Veteres, & Recentiores Philoſophi obſervatione, & ſcitu dignum excogitarunt, aut repererunt; & quidquid etiam mihi de hiſce rebus ſedulo cogitanti in mentem venit non improbabile, ad captum veſtrum accommodarem, & vobis ita diſponerem, ut pro ratione ſtudiorum veſtrorum ea omnia tribus annis, quos Philoſophiæ ediſcendæ ut plurimum impenditis, commode comprehendere valeatis. Habete igitur & operis totius ideam, & diſtributionem, quæ mihi quidem aptior, vobis vero accommodatior eſſe videtur.

Opus integrum novem parvis voluminibus comprehendo, & diſtribuo; ex quibus priora ſaltem duo in primo, tres alii in ſecundo, cæteri, qui ſuperſunt, in tertio anno vos tenere, a vobiſque comprehendi com-

mo-

mode poſſunt , & debent ; a vobis , inquam , ſeu ab iis inter vos , qui & ingenio pollent , & aulas frequentant, ſcientiarum potius amore ducti , quam ut otioſe , jucunde , inutiliter , & periculoſe tempus terant , & poſtea inter cives ſuos falſo nomine Philoſophi , & Philoſophiæ doctores ſalutentur .

Habetis in primo hoc volumine Elementa Geometriæ , & Hiſtoriæ Philoſophicæ Synopſim : hæc duo ſimul conjunxi , eo quod utrumque ſit introductio quædam , aut prolegomenon ad Philoſophiam neceſſarium , & tyroni Philoſopho , niſi fallor , prorſus ſufficiens ; ut ex adjunctis ſuis in locis præfationibus , & ex totius operis decurſu edoceri poteritis . Hæc autem duo , vel Logicæ in altero volumine contentæ præmitti , vel ſimul, cum illa intra primum annum a vobis addiſci poſſunt , & debent . 1. Volumen Geometr. Elementa & Hiſt. Philoſoph.

Alterum Volumen a vobis etiam in priori anno devorandum, univerſam continet Logicam , univerſale ſcilicet illud omnium ſcientiarum Organum , quæ humanum intellectum per omnia ſemper dirigit , & manuducit , una cum arte Criticæ , *quæ regulas etiam nobis tradit , quibus in ſcientiis , & artibus univerſis , in omnibuſque aliis , quæ in humano Commercio , & totius vitæ decurſu occurrere poſſunt , verum a falſo , certa ab incertis dignoſcere , & prudenter nos gerere valeamus . Philoſophiam hanc Rationalem ita exponere , & tradere ſtudui , ut ex una parte inutiles omnes ſubtilitates , quæ in Logicam irrepſerant , eamque horridam effecerant , penitus reſecarem ; ex alia vero plurimas regulas in arte Critica ſuperaddidi , quibus humana ratio recte , prudenter , & humane gubernetur . Plurima igitur de humana facultate cognoſcendi , de ideis , earum natura , principio , origine , gradibus , veritate , certitudine , evidentia ; de verbis , de humanis cognitionibus , propoſitionibus , diſcurſu , earumque regulis , & multipli-* 2. Volumen Logica, ſeu Ars cogitandi , & Critica .

tiplici ordine, probabilitate, obſcuritate, de recto ſenſuum uſu; de errore, ſeu falſitate, demonſtratione, Criterio veritatis, ſcientiarum ideis, & diviſione, de fide, ejuſque regulis, de practicis Criticæ legibus expono; & ubi locus, & argumentum poſtulat, neceſſariis annotationibus, aut exemplis illuſtro.

3. Volumen Phyſicæ Generalis univerſaliora Capita.

Tyroni Philoſopho in Geometricis jam, Logicis, & Hiſtoria Philoſophica inſtructo ſequentia tria, alterius anni argumentum, propono. In primo Phyſicæ volumine, poſt generalem præfationem toti Phyſicæ præmiſſam, primam Phyſicæ generalis partem plurimis lectionibus diſtributam habetis: & primo quidem de Philoſophiæ, & Phyſicæ imprimis notione, objecto, methodo, & regulis philoſophandi, de corporum notione, & exiſtentia agitur; tum corporis naturam, prima eorum elementa, principia, & compoſitionem perſcrutando per analyſim rationalem aliquibus lectionibus inveſtigamus. Hæc quidem jejuna admodum videri vobis poterunt, quia ſcilicet de iis agimus, quæ ſoli Deo cognita ſunt; in iis tamen injucundum non erit, brevibus periodis omnium philoſophorum, hoc eſt, ſpiritus humani deliria, opiniones, aut Syſtemata legere, & phænomenis aliquot ſparſim notatis noſtram etiam mentem exponere, & reconditum, aridumque argumentum ornare. Deinceps vero in pluribus lectionibus ſpatium, tempus, corporum attributa, magnitudinem, diviſibilitatem, inertiam, generales naturæ leges, naturam, & cauſſas motuum, varias eorum ſpecies, directum, reflexum, refractum, vires, elaſticitatem, mollitiem, frictionem, & id genus alia vobis exhibeo; Omnia autem hæc interpoſitis paſſim, & expolitis phænomenis, plurimiſque aliis ad hiſtoriam naturalem ſpectantibus, & amæna, & captui veſtro accommodata reddere conamur.

4. Volumen Phyſicæ

Reliqua generalis Phyſicæ capita, mechanicam Phyſicam, Staticam, & Centrobaricam Phy-

Phyſicam in volumine ſecundo Phyſicæ, operis quarto offendetis. Uberrima hic ego vobis, & fæcundiſſima plurimarum artium, & cognitionum ad vitam utilium principia, & fontes aperio, & amæniſſima plurima in dies nobis omnibus occurrentia expono; celeberrimam de virium vivarum diſſertationem, vires centrales, gravitatis theoriam, & uberrimos effe-ctus, corporum aſcendentium, deſcendentium, aut projectorum theoriam, phænomena, & leges intra atmoſphæram noſtram, aut ſpatium vacuum, generale Mechanicæ principium, & machinas ſimpliciores inde deductas, æquilibrium, ſuſtentationem, & lapſum ſolidorum corporum, & phænomena ex tot fontibus derivata late expono. Tandemque Hydroſtaticam Phyſicam, hoc eſt, fluidorum notionem, naturam, preſſionem, reſiſtentiam, gravitates ſpecificas, æquilibria ſolidorum intra fluida, immerſiones, motum, ſuſtentationem, & phænomena bis argumentis affinia, quæ humanum intellectum alliciunt. generalis reliqua capita, Mechanicam Phyſicam, Staticam, & Centrobaricam Phyſicam.

Volumen quintum, Phyſicæ tertium, Aſtronomiam Phyſicam, hoc eſt, totum hoc univerſum, mirabile Dei Omnipotentis opus, & ſphæram Mundi, & quidquid Phyſicum de aſtris, ac Cæleſtibus rebus obſervamus, & agnoſcimus, vobis exponet. Porro mirabile hoc ſpectaculum, & liber mortalium oculis ſemper apertus, & phænomena illa, quæ hac parte exponimus, ita ad ſui contemplationem, & cognitionem rapiunt mentem, ut eſſe homines litteris deditos, qui hæc ſtudia a ſe ignorari patiantur, ſatis mirari non poſſim. Phyſicam particularem, hoc eſt, peculiares mundi partes, corpora, & corporum phænomena aggreſſurus, integrum corporum Syſtema, & deſcriptionem præmittere debebam. Hujuſce partis ideam non melius, quam adjuncta illic præfatione, & argumenti lectione comparare vobis poteritis. Volumen 5. Aſtronomia Phyſica.

A generali rerum ſyſtemate, & Cæleſtium corporum explicatione ad noſtrum globum deſcendo, & Geographiam, atque Hydrographiam Phyſicam vobis in ſexto Volumine le- Volumen 6. Hydrographia & Geographia Phyſica.

gendas propono. Si eorum nominum ſignificationem, & ideam tenetis, opus non erit, ut hujuſce argumenti amplitudinem, amænitatem, & curioſitatem vobis commendem. Id unum dicere ſatis erit, una vos hac in parte lecturos expoſitam marium vaſtitatem, profunditatem, motus, fluxum, & refluxum, ſalſedinem, lacuum, & fontium originem, & peculiaria phænomena, veram magnitudinem Terræ, hunc globum mathematice, & phyſice conſideratum, hoc eſt, longitudinem, & latitudinem geographicas, climata, zonas, & cætera omnia Geographiæ phænomena, ſtructuram terræ, montium & conchilium in mediterraneis exiſtentium originem, metallorum naturam, & ſimilia plurima, quæ magnam partem hiſtoriæ naturalis componunt.

7. Volumen Pyrotechnia, & Ærometria Phyſica.

Duo alia inſignia globi terreſtris corpora, Elementa vulgo nuncupata, Ignis ſcilicet, & Aer ſeptimæ partis objectum efficiunt. Quæ ſit ignis Elementaris, quæ impuri natura, qualiter producatur, & appareat, nutriatur, ſuffocetur, qua ratione diffundatur, & ſit per omnem fere globum diſperſus, varia ignis phænomena, effectus, vires, & frigoris naturam, atque Criterium, ſeu thermoſcopia: plurimas aeris Elementaris proprietates, multiplicia phænomena, illius ad humanam vitam neceſſitatem, machinas ab aeris gravitate, & elaterio pendentes, aerem prout atmoſphæram noſtram componit. ac proinde omnia illa phænomena, mirabilia, curioſa, & amæna, quæ diu, noctuque in aere obſervamus, hac in parte deprehendetis.

8. Volumen Phyſica Viventium.

Ultima Phyſicæ pars octavo Volumine comprehenſa quidquid ad vegetantia, & ſenſitiva pertinet, notionem ſcilicet viventium, naturam, originem, propagationem, folia, fructus, ſpecies aliquas, & analyſim plantarum expendet: diſputationes deinde illas famoſas de brutorum animabus, ortu, origine; humani corporis anatomen, ſanguinis circulationem, reſpirationem, functiones ſenſuum, & hinc Opticam Phyſicam,

in qua tot mirabilia phænomena exponuntur, Phyſicam Lucis, Colorum, & innumera alia ad has diſputationes, corpuſque, & humanam animam ſpectantia continet, quorum ignoratio ratiocinantem hominem penitus dedecet.

Ultimum tandem Volumen Pneumaticam, ſeu partem Philoſophiæ de ſpiritibus diſputantem, alio nomine, Metaphyſicam Realem, & Idealem nuncupatam continet; in eaque de Deo, illiuſque notione, exiſtentia, & attributis agitur, quantum Philoſophiæ limites patiuntur; tum vero de Anima humana, ejus commercio cum Corpore, & libertate; de infinito, poſſibili, neceſſario, contingenti, impoſſibili, & de aliis ſimilibus. Coronidis tandem loco breviſſima Philoſophiæ moralis Elementa opus totum concludent. Volumen 9. Methaphyſica, Realis, & Idealis: Philoſophiæ Moralis Elementa.

En integrum, abſolutumque Philoſophiæ curſum; opus ſcilicet, in quo ad exitum perducendo, ſi verum vobis fatear, Adoleſcentes optimi, ita ſæpe animum deſpondi, ut quot fuerant a me conſcripta non ſemel igni mandare decreverim. Nam mathematicas quamvis ego diſciplinas, hiſtoriam naturalem, & Philoſophiam non parum ſemper amarem, & pro tenuitate mea colerem, ex aliaque parte a libris fere numquam, niſi invitus recedam; ea tamen eſt rerum difficultas, immenſaque fere argumenti extenſio, ea rerum eruditio, tantæ, & tales diſciplinæ in eo requiruntur, qui Philoſophiam hodie ſcribere velit, ut animum quemcumque, audaciam, & ſcribendi pruritum hebetare, & frangere poſſint. Eos igitur philoſophos, aut ſciolos (qui plurimi ſunt) ſatis mirari non poteritis, qui cum fere omnia modo indicata, & tot præterea mathematicos tractatus, philoſophiæ prærequiſitos, aut eam componentes, tot hiſtoriæ naturalis monumenta, & innumera Philoſophorum tum Veterum, tum Recentiorum ſyſtemata ignorent, nihilominus tamen nullo negotio ſcientiam naturalem a ſe con-

ſcribendam fore, audacis ignorantiæ tono in triviis dictitant. Hi ſunt Heroes illi Domini Cervantes, *qui licet ne chartam quidem geographicam viderint umquam, mentali tamen idearum conflictu intra poſtmeridianam horam mille gigantes, & prælia, totumque Romanum, aut Turcicum imperium debellant. Sed quid ego ad inſectandum hujuſmodi philoſophos abripi mentes veſtras diutius ſinam, cum ad rem potius noſtram illas ultimo convertere neceſſe ſit?*

Data hactenus philoſophiæ diſtributio, & librorum diviſio ſtudendi methodum ſolummodo ſpectant; in opere enim ipſo ordinando rationalem philoſophiam duplici volumine comprehenſam a reliquis omnibus ſeparavi, ut duo veluti corpora effici videantur.

Habetis igitur, ſtudioſi adoleſcentes, confuſam quamdam, & ſuperficialem dicati vobis operis ideam, ac tabulam: in tanta rerum varietate neque nihil novum, neque ſcita jam & communia vulgari ſemper methodo tractata invenietis. Quam ego methodum elegerim, quave ratione omnia ordinarim, & exemplis, phænomenis, annotationibus ornare ſim conatus, in Generalis Phyſicæ, ac Logicæ præfatione vobis expono. Alia erant, quæ vobis in Luſitania paraveram; quoniam tamen illa, in ea quam ſcitis, rerum Cataſtrophe ſervari, & mecum adduci non potuere, a me vobis etiam offerri amplius non poſſunt. Si me tandem præſenti hoc munere vos demerere, & priſtinam veſtrum erga me benevolentiam confirmare eveniat; illud ſolummodo, quo uno gratia mihi rependi, & haberi cupio, a vobis expecto, & exigo, ut & me ſuperis impenſe commendetis, & omnia hæc in veſtrum, & commune veſtræ Patriæ beneficium convertere, & in Deum tandem referre ſtudeatis. Valete.

Dabam Ferrariæ Februarii menſis die 28. an. 1761.

Monteiro Soc. Jeſu.

PRÆ-

PRÆFATIO
AD
GEOMETRIAM.

SI quis adhuc eſſet in noſtra hac ætate, & in tanta ſcientiarum luce philoſophus, qui etiam num Philoſophiam ſeſe aſſequi poſſe, inſalutata Geometria, exiſtimaret; is equidem inter Lappones, aut Siberios natus, vel in obſcuriſſimo orbis angulo educatus mihi eſſe videretur. Ea enim jam elapſa ſunt ferrea ſæcula, & miſerabilis ignorantiæ tempora, quibus adoleſcentes ad Philoſophiam addiſcendam admiſſi philoſophicum ſtadium abſolvebant, quin tamen Geometriam vel a limine ſalutaſſent, aut Euclidis nomen aliquando audiviſſent. Dandum id eſt eorum temporum ignorantiæ, & corrupto philoſophorum Arabum palato, qui ſubtilitatibus tantummodo addicti, prætermiſſo naturæ ſtudio philoſophiam in philoſophia deſiderabant: nec aliud a Scholis reportabant præter entia rationis, & chimæras, otioſæ mentis deliria, quibus ſane addiſcendis, & comparandis nulla opus eſt Geometria. Hac tamen, qua vivimus, ætate alia plane eſt rerum facies, aliamque philoſophiam colimus: Phyſicam ſcilicet adſpectabilis hujuſce mundi fabricam, naturam, phænomena, & mille id genus alia, quæ ut a Deo ſine pondere, & menſura non ſunt conſtituta, ita & ab humano intellectu Geometria penitus deſtituto intelligi omnino non poſſunt. Clariora hæc ſunt, quam ut in iis ſuadendis immorari operæ pretium exiſtimem. Nullus enim jam eſt, qui mirabilem hujuſce mundi fabricam, magnitudinem, figuram, Sphæram mundanam, multiplices ipſiuſmet Sphæræ, & aſtrorum revolutiones, invariatas motuum leges, mechanicam, innumerarum fere cauſſarum diſpoſitionem, & agen-

& agendi rationem, periodicos aquarum fluxus, milleque alia phænomena ſtatis temporibus annuatim revertentia attente perpendat, & intueatur, quin ſtatim ſibi perſuadeat, omnia iſthæc, hodiernam ſcilicet Phyſicam ſine Geometria percipi omnino non poſſe: Geometriamque unicam eſſe portam, per quam tentari debeat ad Philoſophiam aditus. Hinc eſt, quod non pauci philoſophi, qui a Carteſio, nobili philoſophiæ reſtauratore, ad noſtra hæc uſque tempora Phyſicam in tyronum gratiam conſcripſere, Geometriæ elementa Phyſicis diſputationibus præmiſerunt; in iiſque Lectorem apprime inſtructum eſſe volunt. Laudabile ego eorum ſcriptorum exemplum amplexus, ad meas Phyſicas lectiones, ſeu curſum Phyſicum lectionibus digeſtum, Geometriæ Elementis præludo, ad eaque identidem in lectionibus Phyſicis Lectorem, quaſi ad operis totius fundamentum, remitto. Cum igitur in demonſtratione quacumque, aut phyſica phænomeni explicatione Geometriam cito, hæc ego elementa ſemper intelligo. Novum tamen opus modo non profero, ſed potius Elementa Geometriæ, quæ inter Elementa Mathematica Vernaculo idiomate typis olim mandavi, in latinum ſermonem infideliter transfero; licet multa omiſerim, ut tyronum faſtidium, quantum in me eſt, ſublevarem. Ejus rei gratia longiores demonſtrationes, theoremata valde ſublimia, & minus neceſſaria, notas, & ſtylum analyticum ſtudioſe evito: Longo enim experimento, & rerum uſu compertum habeo, hæc omnia tyronibus impedimento eſſe, eorum animos frangere, ardorem hebetare, ab hiſce ſtudiis deterrere, & protſus avertere. Sunt ſcilicet Elementa Geometriæ neceſſaria ad Philoſophiam via, & percurrenda omnino ſemita, qua ad Phyſicam, velut ad itineris terminum, & metam contendimus: at ſæpiſſime fit, ut viarum longitudo, difficultas, aſperitas nos penitus deterreant, & una cauſſa ſint, ne pulcherrimas regiones, provincias, Civitates, & id genus alia inviſamus. Id ipſum tyrones in adeunda Phyſica, amæniſſima proculdubio regione, ob Geometriæ difficultatem, aut extenſionem experiuntur: citra dubium enim eſt

eſt , omnium fere hominum , & teneros maxime juvenum animos , qui ſenſibilium objectorum obleſtamentis , & imaginibus maxime delectantur, ad paginam algebraicis characteribus integre conſcriptam exhorreſcere, neque niſi difficulter adduci, ut Geometriam, abſtractas ſcilicet veritates, a ſenſuum judicio penitus remotas, ament , & avide legant. In iis igitur Elementis ea ſolum, qua potui brevitate, propoſui , & demonſtravi , quæ tyronibus omnino ſufficerent, & neceſſaria eſſent. Plurima alia, quæ hoc loco dicenda forent , in generali Phyſicarum lectionum præfatione , & in hiſtoriæ Philoſophicæ Synopſi reperientur.

Paucis ſolummodo monitis præſens argumentum abſolvam : *primum :* Licet maxima theorematum pars, quæ in hiſce Elementis demonſtratur, ab Euclidis libris deſumpta ſit , ad Euclidis tamen demonſtrationes non multum attendo , illiuſque methodum , & propoſitionum ordinem penitus deſerui , & immutavi : dudum enim Recentiores Geometræ Euclidis methodum non uno de capite notarunt , aliaque via Geometriam Elementarem tradiderunt . *Secundum :* Tyrones ego in vulgari Arithmetica, ſeu quatuor calculandi ſpeciebus inſtructos eſſe velim , antequam noſtra hæc Elementa , & Phyſicas lectiones capeſſant ; cum in iis Arithmeticæ calculos paſſim adhibeam . Ad Algebram quod attinet, cum ab illa in ſtudioſæ juventutis gratiam in Geometria ſemper abſtineam ; omnemque Phyſicam familiari dicendi genere ubique explicem, vulgares ſolummodo additionis, ſubtractionis , diviſionis, & multiplicationis notas non ignorare ſatis erit : Crucem ſcilicet inter quaſcumque magnitudines A + B poſitam, earum magnitudinum additionem ſignificare : lineolam — inter magnitudines in eadem linea ſcriptas A — B ſubtractionem; eamdem lineolam inter magnitudines ſuperius, inferiuſque Scriptas $\frac{A}{B}$ diviſionem ; litteram ⋊ magnitudinum, inter quas horizontaliter inverſa ſcribitur , multiplicationem : duas tandem lineolas parallele ductas inter rationes , aut magnitudines

A = B .

A = B: A. B = C. D, earum rationum, aut magnitudinum æqualitatem indicare agnoſcant.

Generalia quædam theoremata ex 5°. Euclidis libro deſumpta, & a me ante primum Elementum propoſita, eo conſilio nullis adhibitis figuris, demonſtro, ut ſcilicet mens nullis peculiaribus figuris diſtracta, eas veritates omnem magnitudinem ſpectantes ad quamcumque etiam magnitudinem extendere aſſueſcat. Elementa hæc nullo interpoſito Problemate primum demonſtravi, tyronum genio, & patientiæ conſulens: Cum enim ad Phyſicam tantummodo capiendam iſta ediſcant, ad idque aſſequendum theoreticarum veritatum cognitio ſatis ſit; impatienter ferrent, interjectis ſe paſſim problematibus detineri, & implicari. Quoniam tamen plures eſſent, qui communia hæc, & utilia problemata agnoſcere, & reſolvere vellent, non pauca ad operis calcem ſimul propoſui, & demonſtravi; ea tamen tyrones ad Phyſicam properantes libere poſſunt omittere.

Hæc ego Elementa omnibus iis ſolummodo lectoribus, conſcripſi qui rigidæ, & ſublimiori Matheſi dare operam nolentes, ad latiſſimos tantum Phyſicæ campos, & amæniſſimas alias ſcientias naturales, & artes properant, eoſque potiſſimum colere, & ediſcere malunt. Qui tamen non naturales ſolum, & amænas alias artes, & ſcientias amant, ſed ad Matheſim etiam animum applicare deſiderant; iis ego auctor fuerim, 1°. ut Geometriam Elementarem Euclidæa methodo ediſcant; cum uſus ſemper inter Mathematicos obtinuerit Elementa illa juxta Euclidis ordinem citare: 2°. ut inter quamplurimos Euclidis commentatores elementa P. *Andreæ Tacquet*, nobilis, concinni, & accuratiſſimi Geometræ, aut P. *Dechalles* a Domino *Ozanam* edita, & illuſtrata aliis omnibus præferant: primus vero ex his brevitate, profunditate & elegantia, ſecundus claritate potiſſimum æſtimari debet. Et licet Dom. *Vviſthon* pulchra commentatione Elementa Tacquet illuſtraverit, ampliora, & clariora reddiderit; ego tamen ingenioſo, & curioſo Lectori nudum ipſum Tacqueti opus ſuaderem. Tyrones tandem, quibus omnes rigoro-

goroſæ demonſtrationes nauſeant, Elementa Domini *Clairaut* arripiant, qui mira perſpicuitate nauſeantem lectorem in Geometriam introducit; eo tamen animo legant *Clairaut*, ut ab eo poſtea ad rigidam Geometriam gradum faciant.

MONITUM.

Locuplentiſſimis experimentis compertum habeo, quantum adoleſcentes in tenera illa ætate, qua Philoſophiæ ſtudia aggrediuntur, univerſales, & aridas Geometriæ veritates, atque demonſtrationes a ſenſu penitus remotas ut plurimum faſtidiant, nulloque alio vel magis delectari, vel fortius ad hæc ſtudia allici poſſe, quam ſi demonſtrandæ veritates, etſi univerſales ſint, ſub quarumdam ſenſibilium rerum imaginibus iis proponantur. Alia etiam ex parte dum Tyrones philoſophi Geometricis veritatibus, & demonſtrationibus ſtudent, iiſque vel detinentur, vel irretiuntur, neque ſatis habent compertum, quo tandem illæ evadant; nihil iis magis ſolemne, quam impatienter a ſe, aut ab aliis quærere, ad quid ſcilicet moleſtæ illæ propoſitiones inſerviant? Quid hæc ad Phyſicam? Ea propter ad ſingulas, univerſales, & maxime abſtractas propoſitiones (quales ſunt omnes ante primum Elementum poſitæ) ſenſibilibus & familiaribus exemplis amænas efficere in animo habueram; earumque præterea, & ſequentium propoſitionum futuros in Phyſicis rebus uſus, & neceſſitatem ſingulis ſubjungere.

Augeretur tamen Elementorum moles, aliud juvenilis curioſitatis terriculamentum: utrumque evitabimus ſcopulum, ſi illos iterum, iterumque moneamus, ut, dum has, & ſimiles propoſitiones legunt, *ſi A eſt ad B, ut C ad D; etiam A erit ad C, ut B ad D;* nominibus, ſeu litteris ABCD &c. res ſibi maxime familiares, notas, & ſenſibiles ſignificent, & intelligant: v. g. A *cibum*, B *potum*, C

tempus ſtudendi, D *tempus deambulandi* : atque ita propoſitio rei ſenſibili applicata ; *ſi cubus A eſt ad potum B, ut tempus ſtudendi C eſt ad tempus deambulandi D; etiam cibus A erit ad tempus ſtudendi C, ut potus B ad tempus deambulandi D*, nihil ariditatis habebit. Eadem ratione ſimiles alias propoſitiones ad res ſenſibiles applicabis.

Monendi etiam ſunt Tyrones, ut quintum Elementum intermittant, quoad *Sphæram*, *Aſtronomiam Phyſicam*, *&* *Geographiam* aggrediantur.

DISSERTATIO PRÆVIA.

De Natura, ſeu notione, objecto, origine, progreſſu, præſenti ſtatu, diviſione, & methodo Geometriæ.

§. I.

Geometriæ notio, & origo.

GEometria, ſi nominis etymon attendatur, nihil eſt aliud, quam ſcientia, & Ars terram, & campos dimetiendi. Hoc ſcilicet nomine præcepta illa, regulas, & theoremata appellarunt Græci, quæ pro diſtinguendis, & dimetiendis agris Ægyptii invenerant, & praxi uſurpabant. Communi tamen acceptione Geometria eſt ſcientia illa, atque Ars, quæ perſcrutatur, ac inveſtigat menſuram, & proportionem quarumcumque magnitudinum, ſeu quantitatum, quæ augeri, & minui poſſunt.

Eſt igitur Geometria ſcientia menſuræ, & proportionis quantitatum. Quantitatis nomen eſt in variis ſcientiis æquivocum: eo nos impræſentiarum ſignificamus quidquid habet partes, & quidquid augmentum, ac diminutionem habere poteſt.

Objectum ergo Geometriæ ſunt puncta, lineæ, ſuperficies, corpora, tempus, motus, velocitas, impetus, ſpatium, & quæcumque alia magnitudo. De hiſce autem rebus plures aliæ Artes, & ſcientiæ tractant, v. g. Phyſica, quæ fuſiſſime, & tamquam de objecto proprio de corpore, ſpatio, & motu diſputat: Geometria tamen a Phyſica, atque ab aliis Artibus multiplici capite diſtinguitur: primo quidem ratione, & methodo: Secundo vero, & præcipue, quia Geometria ad menſuram ſolummodo, ac proportionem magnitudinum attendit, quin eorum naturam Phyſicam,

phænomena, exiſtentiam conſideret, aut in iis immoretur: Phyſica vero tota eſt circa corporum, & cæterarum quantitatum naturam veram, ſeu notionem, elementa, exiſtentiam, effectus, & proprietates expendendas. Quod ſi aliquando (ut fieri ſæpe opus eſt) effectum, ſeu cauſſarum menſuram, & proportiones aggrediatur Phyſica, Geometriæ partes ſibi aſſumit, Phyſicuſque Geometram etiam agit.

Hinc vero duo illhæc facile, & ſponte fluunt: primum, Neminem omnino Phyſicum eſſe poſſe, ſi Geometriam ſaltem mediocriter non calleat: innumera ſiquidem in Phyſica tractantur, & exponuntur phænomena, effectus, & cauſſæ, quorum notio, & explicatio a figura, menſura, magnitudine, & proportione penitus dependet, iiſque omnino innititur, ut Phyſicam Generalem, & Particularem evolventi fiet manifeſtum: in iis igitur intelligendis, explicandis, tradendis hærere opus eſt, qui ſcientiam menſuræ, & proportionis quantitatum ignoret.

Secundum: Geometriam eſſe ſcientiam penitus idealem, cujus objectum, ſi rigoroſe loquamur, non exiſtit in natura, ſed in idea ſolummodo Geometrarum. Hi ſcilicet parum, immo nihil, de punctorum, linearum, ſuperficierum, corporum, & reliquarum magnitudinum exiſtentia ſolliciti, earum rerum ideas aſſumunt, conſiderant, eaſque diverſimode tractando per ſyntheſim, per analyſim, per geneſim, & combinationem mirabile illud ſcientiæ corpus, atque veritatum, & propoſitionum ordinem, ac artificium componunt, quod Geometriam nuncupamus.

Etſi igitur negemus, exiſtere puncta, lineas, ſuperficies, corpora, qualia ponit, ac in idea concipit Geometra, vel ſi e contrario omnia elementa corporum ſtatuas eſſe puncta inextenſa, licet nullam lineam, aut ſuperficiem admittas; nihilominus tamen Geometra parum hæc attendens, res ſuas aget, ideas definiet, axio-

axiomata, & poſtulata ponet: propoſitiones demonſtrabit, & ſcientiam componet.

Geometria igitur, quæ, dum in ſtatu ideali ſiſtit, eſt pura, & rigoroſa ſcientia, corporibus, & rebus aliis Phyſicis, qualia in natura exiſtunt, applicata per approximationem, ut inquiunt, ſolum vera eſt: prout ſcilicet res, & Elementa Phyſica ac vera corporum naturalium magis, vel minus ad Geometrarum ideas accedunt, regulæ ipſæ, & propoſitiones Geometricæ ab eorum ideis unice pendentes, deductæ, & applicatæ magis etiam, vel minus a veritate deflectunt, aut removentur. Fatendum tamen eſt, errorem hunc numquam eſſe ſenſibilem, ſi rectæ applicentur regulæ.

§. II.

Origo Geometriæ, & prima illius epocha, atque ætas.

FUiſſe olim Ægyptum nativum Geometriæ ſolum, communis eſt eruditorum opinio, & ſenſus: primamque illius originem Ægyptiorum ambitioni deberi ſuſpicantur nonnulli. Cum enim, inquiunt, rectiſſimas illius regni planities, & Provincias ſtatis, & quaſi periodicis temporibus Nilus quotannis inundaret, eaque propter prædiorum limites, ac diviſiones tolleret, atque confunderet, ut communi malo remedium aliquod adhiberetur, regulæ quædam, canones, theoremata, & problemata excogitata, & inventa ſunt ab Ægyptiis, quibus agrorum magnitudines, limites, diviſiones, & figuræ recte ſtatuerentur, & inter ipſas inundationes ab omni confuſione ſervarentur immunes. Utrum vero prima illa, & rudia Geometriæ lineamenta Abrahamus ab Ægyptiis primum acceperit, atque didicerit, an ea potius a Chaldæis inventa ſimul, aut prius fuerint, res eſt nobis prorſus ignota. Id unum hodie conſtat, Thaletem Mileſium,

primum illum, & nobilem Græcæ eruditionis parentem, atque ſectæ Jonicæ Principem, poſtquam Ægyptum ſcientiarum cauſſa adiiſſet, illicque per longa tempora fuiſſet commoratus, in patriam reducem una ſecum informem illam, & imperfectiſſimam Geometriam attuliſſe, quam deinceps Grecos ſuos docuit (1).

(1) Annis ante Cristum fere 600.

Thales vero, & alii Græci, homines quidem ad promovendas ſcientias nati, adeo Geometriam amarunt, eoque ſcientiam illam propriis meditationibus, & inventis adduxerunt, ut primi illius parentes jure merito dici poſſint. Thales, inquam, practicis illis Ægyptiorum regulis non contentus ad prima Geometriæ Elementa theoretica, & fundamentalia invenienda animum, & ingenii vires intendit, cujus meditationibus debemus inter alias propoſitionem 2. 3. 4. 5. libri quarti, & 32. tertii.

Pythagoras, aliud Græciæ lumen, Thaletis exemplo incitatus Geometriæ operam navavit, Ægyptios audivit, genioque ſuo relictus rem Geometricam multo longius promovit, quam Thales, & Ægyptii Sacerdotes: inter alias enim duo illa celeberrima, & famoſa theoremata, uberrimos totius Geometriæ fontes, propoſitiones nimirum 32, & 47 primi Euclidis, invenit, & demonſtravit (2). Illi etiam debentur propoſitiones 44, & 48 ejuſdem libri. Minime latuit Pythagoram quale inventum eſſet propoſitio 47 libri primi, & qualia, quantaque ab eo theoremate deduci poſſent, & currente tempore deducerentur; eaque propter illo theoremate invento, lætitia ſuffuſus centum boves Muſis mactavit.

(2) Annis 550. A C.

Poſt Pythagoram Anaxagoras Clazomenius, Ænopides 12 & 23. primi Euclidis inventor (ſi Proclum audiamus), Briſo, & Antipho floruere, Geometriam coluerunt, & diligentiſſime pro circuli quadratura laborarunt.

Hyp-

Hyppocrates Chius, primum quidem mercator, deinceps vero Philoſophus, & Geographus egregius Geometriam a Pythagora acceptam ulterius promovit: quadraturam lunulæ primus invenit, & demonſtravit; ad circularem etiam detegendam nullis curis pepercit: qua tandem ratione cubi deplicatio quærendam eſſet aperuit, ope ſcilicet duarum mediarum proportionalium: primus præterea fuit, qui Geometrica inventa ad id uſque temporis cognita ſcripſerit (1). (1) An. 430. A. C.

Paucis poſt annis Geometriam certatim, atque ſumma aviditate coluerunt prima Græciæ lumina Democritus, Plato, Architas Tarentinus, qui Geometriam ad artes Mechanicas applicavit, & rationem docuit, qua duæ mediæ proportionales invenirentur ad duplicationem cubi neceſſariæ (2); Neocles Leon, qui primus omnium problema ſolubile ab inſolubili diſtinguere, & dignoſcere docuit, ac præterea Geometriam ab aliis inventam non parum promovit, & ſcriptis mandavit Ariſteus, Geminus, cui Cyſſoidis, & Conchoidis geneſim, & deſcriptionem debemus. (2) An. 390. A. C.

Eudoxius Cnidius, totius libri quinti Euclidis auctor, & primus inventor ſecundum plurimorum ſententiam: plures item alii cum Pythagoræ, tum etiam Platonis diſcipuli, inter quos potiſſimum numerantur Amyclas, Dynoſtratus, Menechmus Sectionum Conicarum primus inventor, Theudius, Hermotimus, Xenocrates, Ariſtoteles (3): poſtea vero Theophraſtus inſignis Peripateticus; ac tandem Eudemus primus hiſtoriæ Matheſeos *Scriptor*. (3) An. 350. A. C.

§. III.

Geometriæ progreſſus, & aurea illius ætas, & Epocha.

POſt relatos hactenus viros qui incultum antea ſolum primum exercentes elementaria tantummodo Geometriæ fundamenta jecerant, apparuit Euclides Megarenſis, ſeu ut alii volunt, Alexandrinus (1), homo quidem peculiari genio ad ſublimiores ſcientias tractandum, & novis inventis illuſtrandum natus, qui omnia ab aliis Geometris reperta, ac demonſtrata in ordinem redigens, plurima vero de ſuo addens, celeberrima illa Geometriæ Elementa Euclidis nomine notiſſima compoſuit, quæ poſt duo, & amplius annorum millia primum adhuc ſervant ordinem, & exiſtimationis gradum. Operis præſtantiam vel ex eo agnoveris, quod in iis libris ea fundamenta univerſæ matheſeos eo ordine poſuerit, & rigoroſe demonſtraverit, quæ omnis poſteritas, & Mathematicorum natio calculis ſuis comprobaverit. Alia, ſi Pappo credimus, compoſuit Euclides, quæ tamen temporum injuria perierunt. Hæc igitur prima nobis eſt aurea Geometriæ Epocha, & adulta jam ætas: cum ad ea uſque tempora infantiæ limites non fuerit egreſſa.

(1) An. 304. A. C.

Poſt Euclidem in ſcænam prodiit Eratoſthenes, atque Archimedes (1). Prioris ſcripta fere omnia perierunt: pauca tamen illa, quæ alii nobis de Eratoſthene referunt, & ſervarunt, auctoris nomen apud veteres jure merito celebratum fuiſſe demonſtrant.

(1) An. 210. A. C.

Archimedem cum nomino (ut verbis Patris Tacquet ſenſum etiam meum exprimam) apicem quemdam humanæ ſubtilitatis animo concipio (*a*); eo ſcilicet rem Geometricam per-

(a) *in narratione Hiſtor. Elementis præfixa.*

perduxit Archimedes proprii ſolummodo cerebri nervos intendens, atque iter non antea calcatum pura Syntheſi explorans, ut ægre comprehendere, & perſuadere ſibi poſſint Recentiores Geometræ, humanum ingenium in ſublime adeo aſcendere potuiſſe citra analyticum calculum, quem aliunde notum Archimedi fuiſſe non conſtat. Ego ſane, cum ſphæram, & ſingularia alia illius Geometræ inventa legendo meditabar in extaſim quaſi raptus, Archimedem eo attigiſſe demirabar, quo nullus poſtea mortalium pervenit.

Conon Archimedi Coævus, magno in pretio apud ipſum habitus, optime etiam de Geometria, immo & de Aſtronomia meruit.

Duos hoſce Geometras, paucis interpoſitis annis, excepit Appollonius Pergæus (1), alterum Geometriæ lumen, immo & Geometra vulgo nuncupatus, cui ſectiones conicas, 8 libris comprehenſas debemus.

Hypparchus (2) & Menelaus, qui Appollonium ſubſecuti ſunt, docte, & ſubtiliter de lineis circulo inſcriptis cogitarunt, & ſcripſere, quo præclarum ſibi nomen inter mathematicos fecerunt.

Prædictum Geometrarum agmen exceperunt Claudius Ptolomæus Aſtronomorum Princeps; & ſcientiarum ſua ætate quaſi prodigium habitus (3); Diophantus Alexandrinus, primus Algebræ Parens, qui in Aritmethica eum ſibi honorem vindicavit, ac nomen, quod in Geometria Euclides; Eutocius Aſcalonita; Cteſibius Alexandrinus Anthliarum, & ſimilium machinarum inventor (4); Theon Alexandrinus Geometra Hypatiæ parens; Pappus etiam Alexandrinus: Geminus Rhodius, Phylo Thyanæneus: Diocles; Nicomedes; Hero; Proclus, qui Vitalliani claſſem Conſtantinopolim obſidentem ſpeculis uſtoriis inflammavit (5).

Ab eo tempore Geometria aliarum artium, &

(1) An. 180. A. C.

(2) An. 162. P. C.

(3) An. 130. P. C.

(4) An. 300 ad 400. P. C.

(5) An. 510 P. C.

& ſcientiarum ſortem ſecuta, barbarie, & ignorantia per Europam graſſante, coli, atque amari deſiit; oblivionique tradita per longa ſæcula, jacuit: & ſi quis aliquando aut alicubi terrarum fuit, qui longo illo mille fere annorum ſpatio Geometriæ operam navaverit; is neque ſibi, neque Geometriæ nomen, aut honorem faciebat, neque illam in priſtinum ſplendorem reſtituebat.

§. IV.

Nova Geometriæ facies, Epocha, & Inſtauratio.

SÆculum 16, ab anno 1500 ad 1600, imo & ad 1650 dici vere poteſt humanæ eruditionis Epocha, atque aurea doctiſſimorum hominum ætas. Ea ſcilicet annorum periodo nobile illud litteratorum hominum agmen extitiſſe videmus, quorum eruditionem ventura ſæcula demirabuntur. Hi licet in aliquibus ſcientiis, aut artibus colendis a recta ſemita, & aureis, prudentibus antiquorum regulis deflecterent; quod tamen eruditionem ſpectat, antecedentia ſæcula, & qui poſtea fluxerunt, annos meo ſaltem judicio ſuperarunt.

Ab ſingulari illa tantorum hominum eruditione, genio, atque ſciendi prurìtu is fructus, & commune beneficium derivatum eſt, ut ſcientiæ, & artes majori ex parte inſtauratæ, inſigniter auctæ, ac in meliorem formam redactæ fuerint. Dum enim nobili ardore ſciendi quidquid veteres invenerunt, & tradidere, omnes eorum libros evolvunt, legunt, commentationibus illuſtrant, & in lucem publicam producunt, ac reſtituunt; ad rectam veterum ſapientum ſemitam, regulas, & præcepta ſenſim regrediuntur: & novum etiam ſcientias promovendi iter, ac rationem felicibus conatibus excogitarunt, atque ex parte in-

invenerunt. Unde factum eſt, ut & antiqua iterum ſciremus, & nova antiquis adjungerentur. Commune hoc ſcientiarum beneficium peculiari modo in Geometria locum habuit: ex una enim parte argumenti vaſtitas, & immenſa amplitudo; ex alia vero humani ingenii capacitas, & indoles, duo illi ſunt fæcundiſſimi fontes, ac principia, ex quibus nova ſemper inventa ſperare licet.

Inter alios, qui ad Geometriam inſtaurandam, ac promovendam feliciter deſudarunt, primum locum tenet Renatus des-Cartes; qui Algebram reſtituit, promovit, ad Geometriamque excolendam, ac perficiendam primus adhibuit: eoque pacto Geometriam non ſola Syntheſi, rigoroſa illa antiquorum methodo, ſed via etiam analytica tractandam eſſe feliciter docuit. Plurima ſiquidem per analyſim in Geometria detegimus, quæ ſola ſyntheſi inveniri non poterant. Geometriam præterea magnopere promoverunt inſignes alii Geometræ Carteſio pares, coævi, aut parum ab illius ætate remoti Chriſtophorus Clavius, Tacquet; Valliſius, Gregorius a S. Vincentio; Iſaacus Nevvton, Leibnitius, primi ordinis Geometræ; Hoſpitalius, uterque Bernoulli, Huighens, & plures alii qui hodie etiam nobiliſſimam hanc ſcientiam nova methodo excolunt.

Ex his tamen Leibnitius, & Nevvton non ſola finitorum analyſi, quam unam Carteſius ad Geometriam adhibuerat, contenti, analyſim Infinitorum invenerunt, eaque ad Geometriam applicata, ad ſublime quaſi ſubtilitatis faſtigium matheſim adduxerunt. Noſtra igitur hæc tempora jure merito nuncupare poſſumus auream alteram Geometriæ ætatem, in qua nobiliſſima hæc ſcientia florentiſſima iterum, ac ad priſtinam dignitatem, & honoris gradum reſtituta videtur.

§. V.

§. V.

Geometriæ Diviſio, & Partes.

UT diſſertationem hanc in tyronum gratiam conſcriptam tandem abſolvam, & ſupradictis lux affundatur, Geometriæ partes diſtinguendæ ſunt, & quas partes, qualive methodo antiqui, quas etiam recentiores præcipue tractaverint, paucis exponendum. Geometria in Elementarem, Practicam, & Sublimem, ſeu Superiorem dividi communiter ſolet.

Geometria Elementaris eſt illa hujus ſcientiæ pars, quæ prima, generalia, & ſimpliciora univerſæ matheſeos fundamenta ponit, ac demonſtrat; quæ ſcilicet de lineis rectis, & circularibus, de angulis, & triangulis rectilineis, & quibuſcumque aliis poligonis, & ſuperficiebus planis agit, de ſuperficiebus item, & corporibus tractat, quæ ab hiſce lineis, & figuris, ſeu ſuperficiebus generantur, qualia ſunt Pryſmata, Parallelepipeda, Cubi, Pyramides, Coni, Cylindri, Sphæra. Earum igitur linearum, ſuperficierum, & corporum menſuras, proportiones, & proprietates, & generalem præterea proportionum doctrinam, & regulas demonſtrat, quibus Geometria Practica, ac univerſa matheſis innititur.

Geometriam Elementarem 8 libris comprehendit Euclides, in quorum primis ſex de lineis, angulis, & ſuperficiebus; in duobus aliis, qui undecimus, & duodecimus inſcribuntur de relatis corporibus agit. Iſtaque ſunt, quæ Philoſophiæ ſtudioſis hoc loco tradimus, eo quidem ordine, quem aptiorem; iis præterea omiſſis, quæ tyroni ſuperflua eſſe exiſtimavi. Nullus fortaſſe liber eſt, qui totidem habeat commentatores, atque Euclidis Elementa: quos aliis meo ſaltem judicio præferre debeat, qui ſtudia faſtidit, qui ſolam

lam ſcientiam naturalem amat, qui Geometriam aggreditur, in præmiſſa hiſce Elementis Præfatione indicavi.

Geometria Practica ea eſt, quæ magnitudinum menſuram practice aggreditur, exequitur, & demonſtrat. Ab Elementari penitus dependet, illiuſque regulis innititur. Longitudines, altitudines, plana, ſeu ſuperficies, corpora ſolida, & Telluris tandem maſſam, & ſuperficiem juxta Elementaris Geometriæ regulas dimetitur; ab iiſque diverſis objectis in Longimetriam, Altimetriam, Planimetriam, Hierometriam, & Geodeſiam dividitur. Geometriæ Practicæ operam daturus, aliquem ea his Scriptoribus eligat Dechales (1), Mallet, Ozanam, Clermont, Schevventer, Daudet.

(1) Editione poſthuma.

Geometria ſublimis duas iterum partes comprehendit, quarum prima de ſectionibus conicis, Ellypſi, Parabola, corporibuſque, & ſuperficiebus ab his, & aliis ſimilibus curvis genitis agit. Iſtam ſublimis Geometriæ partem Appollonio primum debemus, Inſtaurationem Carteſio, Promotionem Gregorio a Sancto Vincentio, nitidam expoſitionem Domino de la Hyre, cujus librum de ſectionibus conicis tyroni Geometræ conſulerem. Docte etiam hanc partem illuſtrarunt Barrovv, Viviani, Fermat, de l'Hopital, & alii.

Ad eamdem Geometriæ ſuperioris partem ſpectant etiam ſphærica Theodoſii tribus libris comprehenſa, in quibus ſphæræ ſectiones conſiderantur, & ſphæricorum triangulorum proprietates: ſectiones Cylindri a Sereno primum editæ, & quinque libri de eodem argumento a P. Tacquet compoſiti, illaque tandem, quæ Archimedes de Conoide, Spæroide, & quadratura Parabolæ conſcripſit.

Secunda Geometriæ ſublimis pars, quam ſublimiorem Geometriam etiam vocant, nobile Recentiorum Geometrarum inventum, Analyſim quantitatum infinite exiguarum, hoc

hoc eſt calculum differentialem, & integralem, ſeu methodum fluxionum directam, & inverſam comprehendit. Primus, qui hujuſmodi infinitorum Analyſim adumbravit, & prima illius lineamenta poſuit, aliud forſitan agens, fuit Dominus Barrovv: duo tamen egregii Geometræ Nevvton, & Leibnitius eo rem perduxerunt, ut hujus calculi inventores primi habeantur. Plures ſunt, qui poſt Nevvtonum, & Leibnitium de Analyſi infinitorum ſcripſerunt, eamque ulterius promoverunt, quos longum eſſet referre: ex eis eligere poterunt tyrones Geometræ Maclaurin, aut Deidier.

§. VI.

Geometriæ Methodus.

DUplici methodo utuntur Geometræ, Synthetica nimirum, & Analytica. Methodus Synthetica, ſeu compoſitionis illa eſt, quæ a principiis ſimplicibus poſitis faciles primum, & ſimplices veritates elicit, ab iiſque principiis, & facilioribus veritatibus ad difficiliora ſemper, & magis compoſita gradatim aſcendit, alia ex aliis per connexiones, & proportiones deducendo, conſequentia per demonſtrata antecedentia demonſtrando, & quaſi per ſcalam, cujus ſuperiores gradus inferioribus ſemper innituntur, ad ſublimes, atque altiores gradus, ac veritates aſcendendo. Hæc igitur methodus eſt idcirco perfectiſſima, docendo, & diſcendo proprior, quam Analyſis, atque humani intellectus genio accommodatiſſima; meritoque proinde doctrinæ methodus etiam nuncupatur. Humana ſcilicet ratio inſito quodam lumine naturalem ordinem amat, & a facilioribus ad difficiliora duci, atque aſcendere conatur. Qua tamen ratione Geometræ inventas veritates diſpo-

diſponant, demonſtrent, & quibus nominibus nuncupent, habes inferius.

Hac methodo antiqui omnes Geometræ rigidiſſimi demonſtratores uſi ſunt; eaque una mirabili mentis conatu, & meditatione ſublimes illas veritates invenerunt, quas in Euclide, Appollonio, & Archimede legimus.

Methodus Analytica inverſo ordine procedit, atque Syntheſis: Hæc enim partes partibus adjungit, ut totum componat, & componendo cognoſcat: illa totum reſolvit, ac dividit in partes, ut iis ſeorſim inſpectis, & examinatis latentes in iis, & in toto proprietates, & veritates detegat, ipſiuſque partes, & totum introſpiciat. Plura alia de methodo geometrico in hoc loco dicenda eſſent, niſi fuſe rem in Logica expendiſſem.

Et hæc quidem de Geometria univerſim dicta ſint: ut tamen ad Elementarem, & Euclidem regrediar: Euclides Synthetica, rigoroſa, ac demonſtrativa methodo ſemper procedit; nihilque in illo eſt, quod parallogyſmum ſapiat. Ejus libri, ac propoſitionum ordo, & numerus ab antiquis ſemper fuit religioſe obſervatus: Cumque inde univerſa matheſis, ut jure dixi, ceu ex communi fonte derivetur; eaque identidem ſecundum Euclidis ordinem in omnibus mathematicorum libris citentur; hinc factum eſt, ut Euclidis Elementa, eorumque, ac propoſitionum ordo ſanctus ſemper haberetur ab antiquis.

Inter recentiores Petrus Ramus Euclidem ipſiuſque methodum, & meritum injuſte, & infeliciter carpſit: alii tamen Geometræ quin Rami Concilium, aut temeritatem probarent, Euclidemve minoris facerent, illud ſolum in tanto homine notarunt, poſſe ſcilicet illius Elementa methodo ſimpliciori, atque ad logicam, & naturalem ordinem magis accedente diſponi: ut prius nimirum de lineis, tum de angulis, poſtea de triangulis &c. tractare-

ctare-

ſtaretur, a ſimplicioribus ſemper ad compoſita, aut minus ſimplicia gradum faciendo, quem quidem ordinem pluribus in locis non obſervat Euclides. Ea igitur de cauſa plures Geometræ, ii potiſſimum, qui Philoſophis, aut faſtidioſis lectoribus ſcribunt, indicata methodo Euclidis Elementa tradidere.

PHI-

PHILOSOPHIÆ
NATURALIS
ELEMENTA GEOMETRICA
SEU
In Veram Physicam Geometrica Introductio.

Terminorum in Geometria familiarium explicatio præmittitur.

D*Efinitio* eſt alicujus rei explicatio : Si vocis ſignificationem explicet, *Nominalis*; Si rem ipſam ſignificatam , *Realis* nuncupatur : exemplum primæ : *Aer eſt , quod reſpiramus*: exemplum ſecundæ : *Aer eſt corpus rarum , diaphanum ex partibus ramoſis, elaſticis , ſubtilibus compoſitum* Utriuſque in Geometria, & Phyſica, ſed potiſſimum ſecundæ frequentiſſimus eſt uſus. De nulla enim re agit Geometra, aut agere debet Phyſicus, quam prius non definiet, niſi aliunde ſit nota. A definitione igitur incipiendum.

Propoſitio eſt oratio , ſeu enuntiatio, qua aliquid affirmando, vel negando proponimus: v. g. *Rectangulum habet* 4. *angulos rectos. Ignis tendit in centrum terræ.*

Axioma eſt propoſitio aliqua per ſe ipſam manifeſta: v. g. *totum eſt majus ſua parte*.

Poſtulatum eſt Veritas aliqua theorica, aut practica, indubia, & clara, & ab omnibus admiſſa; quam proinde ſupervacaneum eſt demonſtrare, & pro conceſſa haberi poſtulamus; hujuſmodi eſt v. g. *ex dato puncto deſcribatur circulus*.

Theorema eſt propoſitio aliqua theorica, quæ probatione, ſeu demonſtratione opus habet; licet in ſe ſit certa. *Demonſtratio* autem eſt argumentum infallibile, quo ad aſſenſum rapimur. Alia eſt *demonſtratio oſtenſiva*, alia *ad impoſſibile*: Prima eſt, quæ veritatem e rei viſceribus eruit, & in ſe ſe oſtendit. Secunda eſt, qua ad impoſſibilem ſequelam admittendam adigimur, ſi propoſitionem, quæ demonſtrari intenditur, inficiemur.

Problema apud Geometras eſt propoſitio aliqua vera, qua aliquid proponitur faciendum, & factum demonſtratur. In rebus ad humaniores litteras, & alias Scientias, & artes ſpectantibus *Problema* eſt propoſitio, quæ pro utraque parte veroſimiliter oſtendi poteſt.

Lemma eſt propoſitio vera, quæ aliis propoſitionibus facilius demonſtrandis præmittitur, & demonſtratur.

Corollarium eſt propoſitio vera, quæ ex theoremate, ſeu veritate demonſtrata, aut ſuppoſita facile deducitur, & velut ſponte ſequitur.

Scholion apud Geometras eſt uberior aliqua, & copioſior alicujus veritatis, de qua ſermo eſt, explicatio; in qua plurima doctrinæ, & eruditionis capita ad rem ſpectantia attingi poſſunt.

Hypotheſis denique eſt propoſitio, quæ vera ſupponitur, quin in illius demonſtratione immorari opus ſit; & ad aliam exinde demonſtrandam inſervit, quam appellamus *theſim*.

Ex hiſce omnibus Geometrica reſultat methodus, quæ in eo potiſſimum conſiſtit, ut obſcura primum definiat, axiomata præmittat, & poſtulata; poſtulatis faciliora theoremata, & problemata ſtatuat; a facilioribus ad difficiliora, & magis recondita ſternatur

tur via, quibus demonſtrandis lemmata, & hypotheſes præmittantur; demonſtratis corollaria, & ſcholia ſubjiciuntur: eaque omnia eo ordine diſponuntur, ut a facilioribus ſemper ad difficiliora gradatim, quaſi per ſcalam, aſcendamus; alii aliis committantur gradus; aliæ ex aliis deducantur veritates: altiora ex humilioribus dependent, iiſque innituntur; neque faſtigium tenebit, qui ab humilioribus per intermedios gradus non conſcendat. De hiſce tamen alibi pleno calamo pertractabimus.

Generalia quædam ad Geometriam, Phyſicam, & reliquas Scientias neceſſaria præmittuntur.

DEFINITIO I.

1. *Geometria* eſt ſcientia, quæ in menſuranda quantitate, ſeu magnitudine tota impenditur. Omnium ſcientiarum, quas novimus, eſt perfectiſſima, imo norma, & exemplar; a facilioribus enim, & notiſſimis principiis ad reconditiora, & ſublimia theoremata, & arcana gradatim, evidenter, ſeu demonſtrative procedit: Ad id autem peculiarem adhibet methodum, quæ *Geometrica* eo de capite nuncupatur, quod in Geometria ſolummodo locum habeat. Porro Geometria magnitudinem, ſeu quantitatem abſtracte ſolummodo conſiderat; de eaque eo pacto ſpectata theoremata demonſtrat.

DEFINITIO II.

2. Quantitas ſeu magnitudo (idem hoc loco hæc duo ſignificant) ſunt ea omnia, quæ ex partibus componuntur. In *continuam*, & *diſcretam* dividitur: *Continua* magnitudo eſt, quæ unitis inter ſe partibus conſtat; qualis eſt v. g. *charta*, in qua ſcribo; *Diſcreta* eſt illa, inter cujus partes nulla unio intercedit, cujuſmodi ſunt *tempus*, *numerus*, *motus* &c. Magnitudo magnitudini relata, aut *homogenea*, aut *heterogenea* nuncupatur: *homogeneæ* magnitudines ſunt, quæ idem habent genus, puta *duæ tabulæ*: *hetero-*

generæ, quæ diverſo ſub genere locantur, ut *corpus*, & *numerus*.

DEFINITIO III.

3. Cujuslibet magnitudinis *partes* ſunt, in quas dividi poteſt ipſa magnitudo, quæ exinde relate ad partes appellatur *totum*. Partes in duplici ſunt differentia: *aliquotæ*, & *aliquantæ*: *aliquota* eſt, quæ aliquoties repetita totum adæquat, ſeu metitur, ut *pes hexapedam*: *aliquanta* eſt, quæ totum nunquam metitur, ſed quomodocumque repetita vel excedit, vel exceditur a toto, ut *bipalmus* ab *ulna*, quæ conſtat 5. palmis.

DEFINITIO IV.

4. Magnitudo A alterius B *multiplex* eſt, & appellatur, quæ eamdem B aliquoties exacte continet. Duæ, aut plures magnitudines A, B, ſuarum partium D, E *æquimultiplices* appellantur, cum earum ſingulæ partem ſuam pariter, & exacte continent; hæ autem partes D, E quæ in ſuis totis A, B pari numero, aut eodem modo continentur, *partes ſimiles* nuncupantur: ejuſmodi ſunt *palmus* ad *ulnam*, *duo pedes* ad *decempedam*; ſeu 1 ad 5, 2 ad 10.

DEFINITIO V.

5. Duæ, aut plures magnitudines ejuſdem generis rationem inter ſe habere dicuntur: eſt autem *Ratio*, duarum aut plurium magnitudinum ejuſdem generis, puta duorum temporum, aut duorum corporum, relatio, ſeu continendi modus; hoc eſt, modus, quo alia aliam continet, aut continetur. Debent eſſe ejuſdem generis, v.g. *duo numeri*; quia heterogeneæ magnitudines, v. g. tempus, & corpus ſe mutuo non continent; neque enim tempus in corpore, aut viciſſim, continetur: igitur inter diverſi generis quantitates impropriam ſolum, ſeu alterius ordinis rationem, quam hic non definio, agnoſcimus,

DE-

DEFINITIO VI.

6. Cum igitur *Ratio* ſit magnitudinum relatio, duæ ſemper intercedere debent magnitudines, A B v. g. ſeu *termini*; quorum primus dicitur *antecedens*, ſecundus *conſequens*. Si termini ſint æquales A = B, dicitur *Ratio æqualitatis*: ſi ſint inæquales, *ratio inæqualitatis* nuncupatur: Ea tamen lege, quod ſi prior terminus A ſit major, quam B, eſt *ratio majoris inæqualitatis*: ſi prior ſit minor, quam ſecundus, erit *ratio minoris inæqualitatis*. Prima ita deſignetur A > B: ſecunda vero A < B. Ut ratio, quam inter ſe habent magnitudines, cognoſcatur, major per minorem quantitatem dividenda eſt, ut ſtatim explicabitur. Quantitates, ſeu magnitudines inter ſe relatæ, aliæ ſunt *comenſurabiles*; *incomenſurabiles* autem aliæ: primæ ſunt, quæ aliquam habent comunem menſuram, ut pedem *decempeda*, & *hexapeda*, quem decies prima, ſexies exacte continet ſecunda. Incomenſurabiles ſunt, quas nulla communis metitur menſura.

DEFINITIO VII.

7. *Ratio* in *Arithmeticam*, & *Geometricam* dividitur: prima, quæ magis proprie *differentia*, quam *ratio* appellatur, eſt differentia, aut exceſſus, quo alia aliam magnitudinem ſuperat, quin ad modum, quo alia aliam contine, attendamus. *Ratio Geometrica*, & propie dicta, eſt modus, quo magnitudo alia A aliam B continet, ſeu in illa continetur. Quantitates igitur æquales rationem arithmeticam non habent; quia alia aliam non excedit; non eſt igitur ratio æqualitatis arithmetica: habent tamen Geometricam; quia alia aliam continet. Utraque tamen ratio vel eſt *Rationalis*, vel *Irrationalis*; ratio rationalis dicitur, quæ numeris exprimi poteſt: hoc eſt, ſi numeris exprimi poſſit quoties minor in majori termino contineatur; aut majoris ſupra minorem exceſſus. Irrationalis eſt illa, quæ numeris explicari nequit. Hujuſmodi rationes alio nomine nuncupamus *Surdas*.

DEFINITIO VIII.

8. Rationes rationales (de Geometricis ſolum fere loquimur) inæqualitatis varia ſortiuntur nomina, pro varia unius ad alium terminum habitudine, ſeu continendi modo. Si antecedens conſequentem bis continet, *dupla*, *tripla*, ſi ter, *quadrupla*, ſi quater; ſi quinquies, *quintupla* nuncupatur. Quod ſi antecedens in conſequente contineatur, eo, quem diximus, ordine permutato, erit ratio *ſubdupla*, *ſubtripla*, *ſubquadrupla* &c. 8 ad 4 rationem habet *duplam*: 4 ad 8 *ſubduplam*.

DEFINITIO IX.

9. *Exponens*, *quotiens*, ſeu *quotus* rationis alicujus A ad B, eſt numerus, qui explicat quo modo ejus rationis antecedens A conſequentem continet, aut in eo continetur. Sit A 40, B 10, numerus, 4, qui exponit, quoties (quater) A 40, continet B 10, eſt ejus rationis *exponens*, ſeu *quotus*. Aliquando unus tantum numerus pro exponente aſſumitur, & ſufficit, ut in caſu appoſito; ſemper tamen ſub intelligitur unitas, 1, ad quam prædictus numerus referatur, idemque eſt, ac ſi diceres A 40 eſt ad B 10, ut 4 ad 1.: nonunquam vero duobus numeris ad rationis exponentem opus eſt; exempla paſſim ſunt obvia: ſint A, & B magnæ quædam quantitates, quarum prima ſit ad ſecundam, ut 9 ad 5, hi duo numeri ejus rationis A. B. exponentem conſtituunt.

HYPOTHESIS.

10. Ratio magnitudinis A ad magnitudinem B hoc modo exprimitur A. B: vel hoc modo $\frac{A}{B}$ ſubducta nimirum infra antecedentem A linea, & ſubſcripto conſequente B Eadem ratione exprimi, & ſcribi ſolet exponens 4. 1: vel $\frac{4}{1}$: exponens enim eſt vera duarum magnitudinum ratio; ſeu rationis character. Ut clarius, & facilius ratio aliqua intelligatur, minores, qui aſſumi poſſunt, numeri aſſignantur. Hinc pro exponente ſuperioris rationis A, B. ſeu

B. ſeu 40. 10. minores numeros 4. 1. adhibemus, dummodo eandem rationem, cujus ſunt quotientes, recte exponant: ſitque inter illos eadem ratio, quæ inter magnitudines A. B. exiſtit.

DEFINITIO X.

11. *Proportio* eſt duarum aut plurium rationum æqualitas, ſive Arithmeticæ ſint, ſive Geometricæ. Si igitur A ſit ad B, ut C ad D arithmetice, vel geometrice, eæ duæ rationes proportionem arithmeticam, vel geometricam efficiunt; ſuntque prædictæ magnitudines *proportionales*. Magnitudines per alphabeti litteras ſolummodo, nulla adjecta figura, deſignamus formandæ tyronum imaginationis cauſa: tyrones ſcilicet nulla oculis objecta, aut indicata quantitate, aut figura, vaga mente omnem magnitudinem indiſcriminatim ſubintelligunt.

DEFINITIO XI.

12. Ad quamcumque igitur proportionem 4 ad minimum termini requiruntur, duplici enim ratione componitur ad quorum ſingulas duo ſunt neceſſarii (n. 6.). Primus & ultimus terminus *extrema*: ſecundus, & tertius *media* nuncupantur: & primus quidem *primum antecedens*, *ſecundum* tertius; ſecundus item *primum conſequens*, *ſecundum* quartus appellantur. Obiter nota: duo quidem eſſe *rationum æqualitatem*; *ac æqualitatis rationes*: primum ſignificat, rationem rationi parem, ſeu proportionem: A eſſe ad B, ut C ad D. Secundum vero ſignificat non inter rationes, ſed inter rationis terminos æqualitatem, ita ut A ſit par B.

DEFINITIO XII.

13. Proportio Arithmetica eſt duarum, aut plurium ejuſdem nominis rationum, ſeu exceſſuum æqualitas; v. g. ſi exceſſus A ſupra B ſit idem, ac exceſſus quantitatis C ſupra D, erunt prædictæ quantitates in proportione arithmetica, quæ hoc

modo ſcribitur A. B.: C. D: ſive A ∸ B = C ∸ D. Clarius id in numeris ſeſe pari exceſſu ſuperantibus oſtenditur 10. 5.: 32. 27.

DEFINITIO XIII.

14. Proportio Geometrica eſt duarum, aut plurium rationum Geometricarum æqualitas: v. g. A 8 eſt ad B 4, ut C 12 ad D 6: duplici modo ſcribitur; primo A. B:: C. D, 8. 4:: 12. 6: ſecundo A. B = C. D. Duæ, aut plures rationes 8. 4:: 12. 6, quæ eandem proportionem conſtituunt, ſunt *ſimiles*, *æquales*, *eædem*: uno verbo; omnes rationes, quæ eundem habent exponentem, ſunt *æquales*, *eædem*, *ſimiles*, ut eſt per ſe notum. In rationibus autem æqualibus antecedentia anteeedentibus A B, conſequentia conſequentibus C D *Homologa* dicuntur.

COROLLARIUM.

15. Idem igitur eſt rationum æqualitas, ac ſimilitudo: neque proportio æqualitatem inter rationum antecedentia, aut conſequentia, ſed inter rationes ſolum ſignificat. Omnes etiam rationes proportionem eandem conſtituentes eundem habent *exponentem*; æque enim antecedentia ſingula in conſequentibus ſingulis continentur, aut ea continent.

DEFINITIO XIV.

16. Si duarum, aut plurium rationum 12. 6, 12. 8 antecedentia 12, 12 inæqualiter in ſuis conſequentibus 6, 8 contineantur, aut ea contineant, rationes erunt *diſſimiles*, & *inæquales*; ea vero erit major, 12. 6, cujus antecedens 12 major ſit relate ad ſuum conſequens 6, ſeu, cujus antecedens pluries ſuum conſequens contineat; aut minus in illo contineatur, ſi ſint *minoris inæqualitatis* rationes. Hinc diſſimiles ſunt rationes 3. 6; 3. 4: prima tamen minor.

DE-

DEFINITIO XV.

17. Proportio *continua* A. B :: B. C; 8. 4 :: 4. 2. eſt illa, in qua primæ rationis conſequens B eſt ſecundæ antecedens; ſeu, in qua medius terminus B bis repetitur; & utramque rationem modo dicto ingreditur. Quod ſi duæ tantum ſint rationes, ſeu termini quatuor, proportio nuncupatur; ſi plures ſint termini, & rationes, dicitur *progreſſio*. *Proportio diſcretà* eſt ea, in qua nullus terminus iterum repetitur, aut duas rationes ingreditur, ut antecedens unius, conſequens alterius. Dicta hæc cum de Geometricis, tum de Arithmeticis proportionibus intellige.

HYPOTHESIS.

18. Proportiones Geometricæ, & Arithmeticæ, diſcretæ, aut continuæ, & progreſſiones, ut ſequenti laterculo apponuntur, ſcribi conſueverunt.

Proportio Arithmetica diſcreta (3. 5 .˙. 7. 9 .˙. 11. 13
(9. 7 .˙. 8. 6

Geometrica diſcreta (2. 4 :: 6. 12
(1. 2 :: 4. 8 :: 5. 10

Progreſſio Arithmetica ∸ 2. 4. 6. 8
Progreſſio Geometrica ∺ 2. 4. 8. 16. 32.

Arithmetica continua ∸ 3. 5. 7

Geometrica continua ∺ 3. 9. 27

Ut rationis, proportionis, aut progreſſionis Arithmeticæ *exponentem* habeas, é majori termino minorem immediate antecedentem, aut ſubſequentem ſubtrahe, é 5 v. g. 3, reſiduum 2, erit *communis exceſſus*, aut *exponens rationum*.

Idem in Geometricis rationibus obtinetur, ſi majorem per minorem ejuſdem rationis terminum dividas, 9 v. g. per 3, *quotus* enim, 3, per diviſionem inventus, erit prædictæ rationis *exponens*.

DE-

DEFINITIO XVI.

19. *Proportio ordinata* eſt, cum diverſi terminorum ordines, $\begin{matrix}1.\ a.\ b.\ c.\ d.\\2.\ m.\ n.\ o.\ p.\end{matrix}$ ita diſponuntur, ut ſit primæ primus a ad ſecundum b, ut ſecundæ primus m ad ſecundum n: primæ ſecundus b ad tertium c, ut ſecundæ item ſecundus n. ad tertium o, & ita deinceps. Quodſi ita diſponantur ordines $\begin{matrix}a.b.\ c.\ d.\\n.o.m.p.\end{matrix}$, ut ſit primæ primus a ad ſecundum b, ut ſecundæ primus n ad ſecundum o; & ut primæ ſecundus b ad tertium c, ita ſecundæ tertius m ad primum n, dicitur hæc *ratio perturbata*.

DEFINITIO XVII.

20. *Proportio*, ſeu *ratio directa* eſt ea in qua termini recto, & naturali ordine diſponuntur, eſtque primus ad ſecundum, ut tertius ad quartum. Quod ſi termini ſint ordine non directo diſpoſiti, ita ut ſit primus ad ſecundum, ut quartus ad tertium, vel primus ad tertium, ut quartus ad ſecundum, erit ea *proportio inverſa*, aut *reciproca*. *Directæ proportionis* exemplum habe — A 2. B 5:: C 4. D 10. *Inverſæ* ſeu *reciprocæ* — A 2. B 4:: D 10. C 5; vel A 2. D 10:: B 4. C 5.

DEFINITIO XVIII.

21. *Ratio compoſita* eſt, cujus *exponens* eſt factum ex omnibus rationum componentium exponentibus in ſe ipſos ductis, ſeu hujuſmodi facto eſt æqualis: ſint v. g. duæ rationes 2 ad 8, 3 ad 6, quarum primæ exponens, 4, ſecundæ, 2; 2 ductus in 4, efficit 8; omnis igitur ratio, cujus exponens ſit, 8, ex prædictis rationibus componitur v. g. ratio 2. 16. Ratio poteſt eſſe compoſita ex duabus, tribus, quatuor aut plurimis rationibus: rationes item componentes poſſunt eſſe ex aliis rationibus compoſitæ: ex iiſdem etiam rationibus ſimplicibus multiplex inter diverſiſſimas magnitudines ratio componi poteſt: v. g. ex rationibus 2. 4; 3. 9; 5. 20; quarum exponentes ſunt 2, 3, 4, qui in ſe ipſos ducti efficiunt

24,

24, Componuntur rationes 1. 24; 2. 48; 10. 240., & infinitæ aliæ, quæ in eandem recidunt.

Quare rationum compoſitio (id diligenter notandum) non fit per ſimplicium rationum, ſeu exponentium additionem, ſed per multiplicationem; ſi primum obtineret, eſſet ratio 2. 12 (cujus exponens, 6,) compoſita ex rationibus 3. 9; 3 9; earum enim exponentes 3, 3 ſimul additi efficiunt 6; ratio tamen ex hiſce duabus compoſita eſt 2. 18, cujus exponens, 9, eſt factum ab exponentibus 3, 3 in ſe invicem ductis.

Factum 600 ex quibuſcumque antecedentibus 5, 10, 12 in ſe invicem ductis ad factum 90 ex totidem conſequentibus 2, 5, 9 in ſe invicem etiam ductis, rationem habet ex omnibus ſingulorum antecedentium ad ſingula conſequentia compoſitam, ut inferius, ſi opus ſit, demonſtrabitur. Rationum compoſitionem tyrones diligenter intelligant; illius enim uſus eſt per totam Phyſicam, & Geometriam frequentiſſimus.

DEFINITIO XIX.

22. Ratio ex duabus rationibus æqualibus compoſita, eſt ſingularum *duplicata*: ex tribus æqualibus *triplicata*: ex quatuor *quadruplicata* &c. Rationes autem componentes eo in caſu *ſubduplicatæ*, *ſubtriplicatæ* &c. nuncupantur. Aliis verbis: Ratio alterius (3. 9) duplicata eſt ea (3. 27), cujus exponens, 9, eſt factum ab exponente primæ rationis (3. 9) in ſe ipſum ſemel ducto: 3 ſcilicet in 3 ductum efficit, 9, duplicatæ rationis (3. 27.) exponens: ratio (3. 9) *duplicatæ* rationis (3. 27) *ſubduplicata* nuncupatur.

DEFINITIO XX.

23. Ratio (1. 8) eſt triplicata alterius (1. 2), ſi hujuſce exponens, 2, bis in ſe ductum, factum componat primæ rationis exponenti æquale: 2 in ſe ſemel ductum, efficit 4; in ſe iterum ductum, ſeu ductum in 4, efficit, 8, alterius rationis (1. 8) exponens: ratio igitur (1. 8) eſt rationis (1. 2) tripli-

plicata : ratio autem (1.2) erit alterius (1.8) ſubtriplicata.

DEFINITIO XXI.

24 Liceat ex Arithmetica ſequentem definitionem, tyronibus omnino neceſſariam, in hunc locum tranſcribere. *Numerus quadratus* eſt, qui ex alio numero in ſe ipſum ducto efficitur: v. g., 16, qui ex numero, 4, in ſe ipſum ducto producitur, numerus autem producens 4, dicitur *radix* quadrati 16. *Numerus cubicus*, ſeu *cubus* eſt, qui ex numero quocumque in ſe ipſum bis ducto efficitur: Ejuſmodi eſt numerus, 27, qui ex, 3, in ſe ipſum bis multiplicato efficitur; cum, 3, in, 3, 9; 3, in, 9, 27 efficiat: 3 vero eſt *radix* cubica numeri 27

COROLLARIUM I.

25. Duplicatæ rationis *exponens* eſt numerus quadratus, cujus radix eſt exponens rationis ſubduplicatæ: eſt enim numerus, ſeu magnitudo in ſe ipſam ducta. Ratio v.g. (4.16) duplicata rationis (4.8) habet pro exponente numerum, 4, quadratum, cujus radix, 2, eſt exponens alterius rationis (4.8) ſubduplicatæ. Ex eadem ratione, exponens rationis *triplicatæ* eſt numerus cubicus, cujus radix eſt rationis ſubtriplicatæ *exponens*; cum in ſe ipſum bis ductum efficiat numerum cubicum.

COROLLRRIUM II.

26. Duo igitur ſunt *Ratio dupla*, & *Ratio duplicata*: in priori enim magnitudo ad magnitudinem comparatur; in poſteriori vero ratio ad rationem: prima ſcilicet magnitudinem magnitudinis duplam ſignificat, (A. B) Animirum duplam magnitudinis B; ſecunda autem rationem A. B rationis C. D duplam juxta explicationem hactenus datam. Alias rationum ſpecies miſſas facimus; cum & levioris ſint momenti, & rariſſime ocurrant; earum tamen ideam, ſi opus fuerit, in loco dabimus. Id unum adnotare ſufficiat, verbo *ſexqui* aliis adjuncto diverſas rationes ſignificari. Ratio *ſexquialtera* v. g.

(3.

(3.2) eſt cum antecedens conſequentem integrum, & dimidiam illius partem continet. *Sexqui-tertia*, *Sexqui-quarta*, cum antecedens conſequentem, & tertiam, vel quartam illius partem compleſtitur. &c.

Axiomata quædam univerſalia omnem magnitudinem ſpectantia.

27. I. Omne totum eſt æquale ſuis partibus ſimul ſumptis, & viciſſim.

II. Omne totum eſt majus ſuis partibus ſeorſim acceptis: & é converſo, ſingulæ partes ſunt toto minores.

III. Magnitudines A, B magnitudini C æquales, ſunt etiam inter ſe æquales: vel etiam, magnitudines magnitudinibus æqualibus æquales, ſunt etiam inter ſe æquales.

IV. Magnitudines magnitudinibus inæqualibus æquales ſunt inter ſe inæquales.

V. Si æqualibus addas æqualia, tota erunt æqualia.

VI. Si ab æqualibus demas æqualia, tota, quæ ſuperſunt, erunt æqualia.

VII. Si magnitudinibus æqualibus addas partes inæquales, tota erunt inæqualia: illud majus, cui major addatur magnitudo.

VIII. Si é totis æqualibus demas partes inæquales, reſidua erunt inæqualia; illud majus, á quo minus aufertur.

IX. Rationes inter ſe æquales idem habent exponens, & viciſſim.

X. Rationes rationi æquales, ſunt inter ſe æquales.

POSTULATUM.

28. Datis duabus quibuſcumque magnitudinibus A, B, dari poteſt tertia C, ad quam ſit ſecunda B, ut prima A eſt ad eandem ſecundam B.

Similiter datis tribus quibuſcumque magnitudinibus A, B, C, dari poteſt quarta D, ad quam ſit tertia C, ut prima A eſt ad ſecundam B.

Pro-

Propoſitiones, ſeu theoremata quædam evidentia, ad omnem magnitudinem ſpectantia, & ex 5. Euclidis libro deſumpta.

PROPOSITIO I.

29. *Si magnitudines quæcumque* M, N *æquales fuerint, eandem habebunt rationem ad tertiam quamcumque magnitudinem* O; *& viciſſim tertia* O *eandem ad* M, N, *& alias quaſcumque magnitudines iis æquales rationem habet.*

Eſt per ſe ipſam evidens, ut & alia, quæ jam ſubjicimus, theoremata.

PROPOSITIO II.

30. *Si magnitudines quæcumque* M, N, O *ad aliam quamcumque magnitudinem* V *eamdem habuerint rationem, erunt* M, N, O *æquales: & viciſſim, ſi* V *ad* M; N, O *eamdem habeat rationem; erunt* M, N, O *æquales.*

Axiomatis inſtar haberi debet.

PROPOSITIO III.

31. *Duarum, aut plurium quarumcumque magnitudinum inæqualium* A, B, *major* A *ad tertiam quamcumque* C *majorem habet rationem, quam minor* B; *Contra autem, tertia* C *minorem babet rationem ad majorem* A, *quam ad minorem* B; *minorem enim* B, *vel ſimilem ejus partem aliquotam; aut aliquantam pluries continet.*

Vide definitionem 14. n. 16. ſuperius allatam.

PROPOSITIO IV.

32. *Si duarum, aut plurium quarumvis magnitudinum* A, B *alia* A *ad tertiam quamvis* C *majorem habuerit rationem, quam* B, *erit* A *major, quam* B. *Ex adverſo autem, ſi tertia* C *majorem ad* B, *quam ad* A, *rationem habeat, erit* B *minor, quam* A.

Demonſtratione etiam non indiget, cum per ſe ipſam conſtet.

PROPOSITIO V.

33. *Si ſingula antecedentia quæcumque* A, B, C *ad ſingula, & totidem conſequentia* M, N, O *parem,*

rem, ſeu eamdem habuerint rationem, etiam antecedentia ſimul ſumpta ad conſequentia ſimul ſumpta eamdem habebunt rationem, ac ſingula ad ſingula.

Eſt dicere; ſi A. M = B. N = C. O, etiam A + B + C. M + N + O:: A. M. Exemplo res evidens illuſtrabitur. Sint (4) ſingula ABC, ſingula M. N, O ſtatuantur, 8; erit A + B + C ad M + N + O, ut 12 ad 24, hoc eſt, ut A ad M, 4 ad 8.

PROPOSITIO VI.

34. *Magnitudines quæcumque* A, B *ſunt inter ſe; ut earum partes ſimiles aliquotæ, vel aliquantæ: hoc eſt,* A *eſt ad* B, *ut tertia pars v.g. magnitudinis* A, *ad Tertiam partem magnitudinis* B.

Eſt per ſe evidens.

PROPOSITIO VII.

35. *Si quatuor quæcumque magnitudines ſint proportionales* A. B:: C. D, *etiam* permutando *erunt* A. C:: B. D, *prima ſcilicet ad tertiam, ut ſecunda ad quartam.*

Statuantur, exempli cauſa; magnitudines 4. 8:: 20.40, manifeſtum eſt, eſſe 4 ad 20, ut 8 ad 40. Sint C, D minores, quam A, B; ſunt igitur C, D partes ſimiles totorum A, B: ſunt igitur A. C:: B. D. (*n.* 34).

PROPOSITIO VIII.

36. *Si magnitudines quæcumque* A. B:: E. D. *ſint proportionales, etiam* invertendo *erit* D. E:: B. A, *quarta ad tertiam, ut ſecunda ad primam.*

PROPOSITIO IX.

37. *Si ſint* A. B:: C. D, *duo antecedentia ſimilia* A, C, *ſimiliter aucta per adjunctas magnitudines ſimiles,* M, N, *eamdem pergunt habere rationem ad ſua conſequentia, hoc eſt, erunt* A + M *ad* B, *ut* C + N *ad* D.

Neque enim variatur ratio, aut proportio, dum ex utraque parte ſimiles magnitudines adjunguntur:

tur: augentur magnitudines, ſed eadem ratio perſeverat.

COROLLARIUM I.

38. Si igitur ſint proportionales magnitudines quæcumque A. B:: C. D, etiam *componendo*, erit A + B ad B, ut C + D ad D, ſeu antecedens primum cum ſuo conſequente ad idem conſequens, ut antecedens ſecundum cum ſuo conſequente ad ſecundum conſequens.

Corollarium ex propoſitione manifeſte deducitur; neque enim aliud eſt, quam antecedentia ſimiliter, hoc eſt, per conſequentia, & magnitudines ſimiles augere.

COROLLARIUM II.

39. Si igitur ſint magnitudines M. N:: O. P; & ſimiliter ſint proportionales L. N:: R. P., erunt etiam proportionales M + L. N:: O + R. P. Dum enim antecedentibus ſimilibus M, O. antecedentia ſimilia L, R. adjunguntur, magnitudines M, O ſimiliter, ſeu proportionaliter augentur, ut ex ſe patet. In numeris res fiet clarior: ſunt 12. 4:: 9. 3; ſunt item 8. 4:: 6. 3; ſunt igitur 12 + 8. 4:: 9 + 6. 3; hoc eſt, 20 ad 4, ut 15 ad 3.

PROPOSITIO X.

40. *Si* A. B:: C. D, *duo antecedentia* A, C *ſimiliter, vel proportionaliter diminuta, adhuc ad ſua conſequentia eamdem proportionem habent.*

Axiomatis inſtar haberi poteſt. Neque enim variatur, ſeu perturbatur ſimilitudo rationum inter ſe, dum antecedentia ſimiliter ex utraque parte diminuuntur, quamtumvis ipſæ rationes, decreſcentibus antecedentibus, minuantur. Sunt v. g. 12. 4:: 9. 3; ſunt præterea 8. 4:: 6. 3: ſunt igitur 12 — 8. 4:: 9 — 6. 3, hoc eſt, 4. 4:: 3. 3: quo in exemplo, è ſimilibus antecedentibus 12, 9 ſimiles magnitudines 8, 6 detrahuntur.

COROLLARIUM I.

41. Si A ſit ad B, ut C ad D, etiam erunt A — B. B:: C — D. D; exceſſus primi antecedentis ſupra

pra ſuum conſequens ad idem conſequens, ut exceſſus ſecundi antecedentis ſupra ſuum conſequens ad ſecundum conſequens. Quod dicitur, argumentari *dividendo*.

Demonſtratur. Quoniam ſunt A. B:: C. D per hypotheſim, etiam erunt A. C:: B. D. (*n.* 35); ſunt igitur magnitudines B. D duobus antecedentibus A. C proportionales: igitur A – B, C – D ſunt antecedentia ſimiliter diminuta; ac per conſequens erunt A – B. B:: C – D. D (*n.* 40). *Exemplum* in numeris. Sunt 40 ad 10, ut 16 ad 4; ſunt igitur 40 – 10 ad 10, ut 16 – 4 ad 4, hoc eſt 30 ad 10, ut 12 ad 4, ut conſideranti perſpicuum eſt.

COROLLARIUM II.

42. Si S R. B R:: CA. X A (Fig.10), etiam erunt per *converſionem rationis* S R. S B:: C A. C X: integrum ſcilicet primum antecedens ad exceſſum ſuum ſupra ſuum conſequens, ut ſecundum antecedens ad exceſſum ſupra ſuum conſequens.

Demonſtr. Quoniam ſunt S R. B R:: C A. X A, (Fig.10) per hypotheſim, etiam erunt *dividendo* (*n.*41) SB. BR:: CX. XA; & *invertendo* (*n.* 36) RB. B S:: A X. X C; & *componendo* (*n.* 38) S R. SB:: C A. C X. *Quod erat demonſtrandum*.

COROLLARIUM III.

43. Si totum S R (Fig.10) eſt ad totum C A, ut ablatum BR ad ablatum XA, etiam totum erit ad totum, ut reſiduum S B eſt ad reſiduum C X.

Inſtar axiomatis haberi poteſt.

PROPOSITIO XI.

44. *Sint duæ magnitudinum ſeries* M, N, O, P; RS, CD, AB (Fig.61,63); *ſi prima* M *ſit ad ſecundam* N, *ut prima* X *ad ſecundam* RS; *& ut ſecunda* N *ad tertiam* O, *ita ſecunda* RS *ad tertiam* CD, *erit* ex æqualitate ordinata *prima* M *ad tertiam* O, *ut prima* X *ad tertiam* CD.

Demonſtr. Sint O, CD minores, quam N, RS

(idem demonſtratur, ſi majores ſtatuerentur): cum igitur ſint N. O:: RS. CD, per hypotheſim ; erunt O, CD partes ſimiles totorum N, RS ; magnitudines autem M, X ad tota N, RS proportionalia, etiam ad partes ſimiles eorumdem totorum eandem habent proportionem ; ergo M. O:: X. CD. *Quod erat demonſtrandum*. Tenet propoſitio , etſi per plures utrimque magnitudines continuentur ſeries.

PROPOSITIO XII.

45. *Si in* duplici *magnitudinum ſerie ſit prima* M (Fig. 61. 62.) *ad ſecundam* N, *ut prima* RS *ad ſecundam* CD ; *& ut ſecunda* N *ad tertiam* O, *ita tertia quædam* X *ad primam* RS ; *erit prima* M *ad tertiam* O, *ut tertia* X *ad ſecundam* CD.

Quod vocatur, *æqualitas perturbata*.

Demonſtr. Sit CD ad AB, ut N ad O (*n.* 28): habent igitur N ad O, X ad RS, CD ad AB eandem rationem : eſt enim per hypotheſim N. O:: X. RS. Eſt igitur RS ad AB, ut X ad CD (*n.* 35); eſt autem RS ad CD, ut M ad N: CD ad AB, ut N eſt ad O: ergo M eſt ad O, ut RS ad AB ; & ut X ad CD. (*n.* 27. *axiom.* 10.)

ELEMENTUM PRIMUM

De Lineis Recta, Curva, Obliqua, & Angulis.

DEFINITIO I.

46. *Punctum* eſt quantitas partibus expers. Punctum Phyſicum , ſiquod exiſtit , eſt phyſice , & vere indiviſibile. Punctum mathematicum eſt, quod indiviſum, & ſine partibus aprehendimus, etſi partibus phyſice conſtet. Quælibet igitur magnitudo phyſica, puta integrum firmamentum , poteſt eſſe punctum Mathematicum. Punctum eſt ad magnitudinem, ut unitas ad numerum . Fortaſſe nullum exiſtit punctum Phyſicum ; id tamen nobis non obeſt.

DE-

Digitized by Google

DEFINITIO II.

47. Linea eſt magnitudo tantum extenſa AB(Fig. I.): ex fluxu puncti generatur. Etſi, quæcumque linea phyſica aſſignetur, latitudine, & profunditate prædita ſit, Geometræ tamen ad illius extenſionem ſolum attendunt. Lineam igitur mathematicam, non Phyſicam, definimus. Dividitur in *Rectam*, *Curvam*, & *Mixtam*: illius extrema ſunt puncta; & duplici littera extremis appoſita diſtingui ſolet, & deſignari.

DEFINITIO III.

48. *Linea Recta* AB eſt omnium breviſſima, quæ inter duo puncta AB (Fig. I.) duci poſſunt. *Curva* ACB eſt, quæ á recta verſus aliquam partem declinat; ſeu cujus extrema AB non obumbrant omnia puncta intermedia. Linea *Mixta* AOB partim ex recta OB, partim ex Curva AO componitur.

DEFINITIO IV.

49. *Linea circularis* EOFG(Fig. 2.), omnium curvarum celeberrima, eſt linea curva, cujus omnia puncta æqualiter diſtant á quoddam puncto C intra eam exiſtente: ejuſmodi punctum nuncupamus *Centrum*; lineam vero *Circumferentiam*, ſeu *peripheriam* circuli. Diameter circuli eſt recta quæcumque ED per centrum tranſiens, & ad peripheriam utrimque producta. *Radius*, ſeu *Semidiameter* eſt recta CD a Centro ad peripheriam ducta. *Chorda* eſt recta GF peripheriam utrimque ſecans, quin per centrum tranſeat. Arcus eſt quævis circumferentiæ pars v.g. DF. *Segmentum* circuli eſt ſpatium BHCI (Fig. 16) á chorda, & arcu intercepto comprehenſum.

DEFINITIO V.

50 *Superficies* eſt magnitudo tantum longa, & lata. In *Planam*, *Curvam*, & *mixtam* dividitur. *Planum*, ſeu plana ſuperficies eſt breviſſima omnium, quæ inter eaſdem lineas duci poſſunt; ſeu eſt ea,

cui linea recta verſus omnes partes accomodari poteſt : ex fluxu lineæ rectæ generatur . Superficies *Curva* eſt quæ á plana declinat . Superficies *mixta* eſt partim *recta*, partim *curva*, qualis eſſet globi, ſi plano per centrum dividatur . Quæcumque phyſica ſuperficies ſuam habet craſſitiem; ad eam tamen á Geometra non attenditur . Superficierum extrema ſunt lineæ, ut linearum puncta.

DEFINITIO VI.

51. Superficies plana EODG (Fig. 2.) á circulari peripheria comprehenſa dicitur *Circulus*, omnium planarum ſuperficierum celeberrima . *Semicirculus* EDO eſt dimidia pars circuli á diametro ED, & ſemicircumferentia DOE comprehenſa. Circuli *Concentrici* ADE, FS (Fig. 15.) ſunt qui habent idem, & commune centrum F. *Excentrici* vero ABC, ABD (Fig. 12, 13.) qui diverſa habent centra C, D.

DEFINITIO VII.

52. Circuli ſe ſe mutuo interius, vel exterius tangere dicuntur, cum eorum peripheriæ ita ſibi in puncto aliquo A (Fig. 12. 13.) occurrunt, ut ſe ſe tamen non ſecent . *Tangens* circuli eſt recta quæcumque DB (Fig. 21.) ita ejus peripheriæ occurrens in puncto B, ut tamen non ſecet, licet ulterius producatur in E. *Secans* autem eſt recta quæcumque á puncto intra circulum per peripheriam ducta v. g. XB, OR.

HYPOTHESIS.

53. Cujuſcumque circuli peripheriam in 360 partes æquales dividunt Geometræ, eaſque appellant *gradus*. Singulos item gradus in 60 partes æquales dividunt, quas *minuta prima*, ſeu abſolute *minuta* dicunt. Singula ulterius minuta in 60 æquales partes inter ſecant, eaſque nuncupant *minuta ſecunda* . Eodem ordine minuta ſecunda in tertia; minuta tertia in quarta partiuntur, & ad minuta uſque decima dividendo procedunt; & hoc pacto ſcribunt

2° 3' 4'' 5''' &c. duos ſcilicet gradus, tria minuta prima, quatuor ſecunda, quinque tertia. &c.

COROLLARIUM.

54. Singulæ quorumcumque circulorum peripheriæ eodem graduum numero conſtant; eo tamen diſcrimine, quod majorum circulorum majores ſint gradus, ſeu partes; cum majores etiam ſint peripheriæ: per ſe enim notum eſt, inæquales quantitates, ſi in eundem partium numerum ſingulæ dividantur, partes dare omnino inæquales: easque eſſe majores, in quas major quantitas dividitur.

DEFINITIO.

55 Angulus planus eſt duarum linearum in eodem plano jacentium, alterius ad alteram inclinatio, & occurſus, v. g. NBX (Fig. 3.): linearum occurſum B *apicem* anguli dicimus; lineas vero *latera* appellamus. Tribus potiſſimum litteris angulum deſignamus, quarum media eſt, quæ apicem deſignat. Si ad angulorum latera attendamus, dividuntur in *Rectilineos*, *Curvilineos*, *Mixtilineos*. Rectilinei ſunt, quorum utrumque latus eſt linea recta, ut NBX. Curvilinei, quorum utrumque latus eſt linea Curva, ut CAO (Fig. 1.). Mixtilinei, qui latere uno recto, alio curvo conſtant, ut OAX.

SCHOLION.

56. Anguli plani AFI (Fig. 15.) menſura eſt arcus AI inter ejus latera interceptus, & ab illius apice circino deſcriptus: totque gradibus conſtare dicitur prædictus angulus, quot habet arcus AI. Et licet innumeri arcus X, Z, S &c. ab apice F inter anguli latera deſcribi poſſint, quorum magnitudo ſit diverſa pro varia illorum ab apice diſtantia; omnes eumdem graduum numerum continent; ſuntque ſuorum circulorum partes *ſimiles*; ac proinde ſinguli ejuſmodi arcus ſunt prædicti anguli eadem menſura. Angulus igitur non creſcit, neque minuitur, quamtumvis ejus latera minuantur, aut cre-

 ſcant;

ſcant; majorque eſt angulus ADB, quam angulus ACB. (Fig. 8)

DEFINITIO.

57. Angulus rectus ABX (Fig. 3.) eſt, qui formatur a linea recta AB ita in MX incidente, ut in neutram partem *M*, aut X inclinet. Hujuſmodi autem recta AB dicitur perpendicularis ad MX. Angulo igitur recto ABX alius æqualis ex alia parte enaſcitur ABM. Angulus *Acutus* NBX eſt omnis angulus recto minor; efficiturque a recta NB in MX incidente, & verſus aliam partem X divergente, unde dicitur ad MX obliqua. Angulus *obtuſus* eſt omnis angulus NBM, recto ABM major.

DEFINITIO.

58. Anguli ad verticem E (Fig. 7.) oppoſiti ſunt v. g. CEA, DEB, qui ab iiſdem lineis ſe ſe in E ſecantibus & verſus oppoſitas partes productis efficiuntur. *Segmentum commune* eſt extenſio quædam, pars, aut punctum, duabus, aut pluribus rectis commune; ut ſi rectæ NU, RU (Fig. 4.) ſibi mutuo in U occurrentes, uſque ad O non ſepararentur, ſed partem, ſeu ſegmentum commune haberent VO. Linearum rectarum ſegmentum commune eſt punctum.

DEFINITIO.

59. Lineæ *parallelæ*, ſunt eæ, quæ in infinitum productæ eandem inter ſe ſemper habent diſtantiam, ut v. g. EF, CA (Fig. 10). Diſtantia per rectam SC v. g. ad utramque parallelam perpendicularem menſuratur. Lineæ *obliquæ* ſunt CA, GH, quæ productæ magis & magis ad ſe invicem accedunt, vel a ſe invicem recedunt. Si recta quæcumque XX (Fig. 23.) duas parallelas AB, CD ſecuerit, ſequentes efficientur anguli X, X *Externi*: O, S *Alterni*: ut etiam V, R: V, O *Interni* ad eamdem partem: idem eſt de angulis S. R. Angulus S eſt oppoſitus ad verticem angulo X. Tandem ex eodem puncto U (Fig. 4.) duæ rectæ, alia obliqua VN, alia

alia perpendiculariter V R in rectam R N incidant; *Diſtantia obliquæ* V N eſt recta R N per linearum extremitates ducta, & perpendiculari V R perpendicularis.

Axiomata quantitatem ſpectantia.

60. I. Quæ ſibi mutuo congruunt, æqualia ſunt.

II. Rectæ lineæ æquales; & anguli etiam æquales ſibi mutuo congruunt.

III. Omnes ejuſdem, aut æqualium circulorum radii ſunt æquales. Idem eſt de diametris. Chordæ æquales D A, A E (Fig. 14.) ab eodem, aut æqualibus circulis abſcindunt arcus æquales: chordæ inæquales AB, BC (Fig. 16.) arcus inæquales: major chorda majorem arcum A F B.

IV. Inter duo quælibet puncta unica tantum recta duci poteſt.

V. Duæ rectæ, puta A D, A B (Fig. 9.) ſpatium non comprehendunt, cum ſemel ſe in puncto ſecent.

VI. Anguli eorundem graduum ſunt æquales; & ſi ſint æquales, eodem graduum numero conſtant.

VII. Diameter circuli circulum, & peripheriam in duas æquales partes dividit.

VIII. Circuli æquales diametros habent æquales: circulorum major, & diametrum, & radium habet majores.

IX. Duæ parallelæ E F, C A (Fig. 10.) perpendicularem communem habent B X, v. g. aut R A &c.

SCHOLION.

61. Ex puncto B, circuli M A R centro (Fig. 3.) recta B A perpendicularis ad diametrum M X erigatur: duplex angulus rectus efficitur A B M, A B X. Cum autem anguli A B X menſura ſit arcus A X (*n.* 56.), circuli quadrans, qui 90 gradibus conſtat; totidem gradus erunt ſingulorum rectorum angulorum menſura; ſuntque proinde omnes anguli recti

æquales. Anguli acuti minus; obtuſi plus quam 90 gradibus conſtabunt.

POSTULATA.

62. I. Ab uno ad aliud punctum recta linea duci poteſt.

II. Data quæcumque recta in infinitum produci poteſt.

III. Ex dato puncto ad datum intervallum deſcribi poteſt circulus.

IV. Ex dato puncto in data recta verſus utramque partem æqualia ſegmenta ſecari poſſunt.

PROPOSITIO I. THEOREMA.

63. *Singula puncta rectæ* A B *perpendicularis ad* M X, *ab extremitatibus rectæ* M X, *quam biſariam ſecat, æqualiter diſtant: ſi etiam punctum aliquod* B *rectæ* A B *ad* M X (Fig. 3.) *perpendicularis ab extremis* M X *æquidiſtet, omnia alia puncta ſeorſim æquidiſtabunt ab* M X.

Demonſtratur ex lineæ perpendicularis indole: Si enim aliqua ejus puncta magis ad X accederent, ipſa recta B A verſus X inclinaret, ut B N, eſſetque ad M X obliqua, contra hypotheſim, & definitionem perpendicularis. Idem demonſtrabitur de ſingulis ejuſdem perpendicularis A B punctis relate ad duo quæcumque puncta rectæ MX hinc inde a puncto ſectionis B æqualiter diſtantibus. Ea enim puncta, ſpectari poſſunt, ut extrema rectæ MX hinc inde a puncto ſectionis B æqualiter diſtantia. Secunda pars. Niſi ita eſſet, punctum A, v. g. ad M, aut ad X magis accederet: ergo A B non eſſet perpendicularis contra hypotheſim.

COROLLARIUM I.

64. Ex dato puncto O (Fig. 4.) extra datam rectam L N in infinitum hinc inde productam unica tantum perpendicularis O R ad ipſam rectam duci poteſt.

De-

Demonſtr. Ex puncto ſectionis R partes æquales R L, RN utrimque abſcindantur. Recta OR in neutram inclinat partem (*n.* 57): ſingulaque ejus puncta æqualiter ab extremitatibus L N diſtant (*n.* 63): quæcunque igitur alia recta O L, *v. g.*, ex puncto O ad L N ducta, totaque extra OR cadens, magis ad partem alteram L, quam ad N diverget; neque ſingula ejus puncta æqualiter ab L, & N diſtabunt: ac proinde non eſt perpendicularis. (*n.* 57).

COROLLARIUM II.

65. Ex dato puncto B in data recta M X (Fig. 3.) unica tantum duci poteſt B A ad eamdem M X perpendicularis.

Demonſtr. Ducatur enim, ſi fieri poteſt, alia B N etiam perpendicularis: quoniam B A eſt perpendicularis per hypotheſim, in neutram inclinat partem (*n.* 57): igitur B N verſus extremum X magis divergit; ejuſque puncta minus a X, quam ab M removentur: ergo non eſt perpendicularis.

PROPOSITIO II. THEOREMA.

66. *Si recta* AB (Fig. 3.) *ad rectam* M X *ſit perpendicularis, ulterius producta in* O, *etiam erit perpendicularis: & viciſſim recta* MX *erit ad perpendicularem* A B O *perpendicularis.*

Demonſtr. Prima pars: Quoniam enim ABO eſt eadem linea recta, ſi ab A uſque ad B in nullam inclinat partem, neque etiam ab B uſque ad O, aliter curvaretur in R.

2. pars: Eadem eſt rectæ AB ad BX, atque rectæ BX ad AB inclinatio, ſeu angulus ABX: Si igitur A B neque inclinatur, neque declinat a BX; eſtque proinde ad illam perpendicularis, idem etiam de B X verum habet.

PROPOSITIO III. THEOREMA.

67. *Si duo puncta* A B *rectæ* A O *æqualiter, ſeorſim, diſtent ab extremis* M X *rectæ* M X, *ſingula omnia ejuſdem puncta* A B *ab iiſdem extremis æqualiter diſtant; eſtque recta* AB *ad* MX *perpendicularis,*

laris. *Recta vero* BA (Fig. 3.) *perpendicularis ad* M X, *eamque bifariam ſecans*, *tranſit per omnia puncta*, *quorum ſingula æqualiter diſtant ab extremis* M X.

Demonſtr. Prima pars. Inter puncta A B unica tantum recta duci poteſt (*n*. 48): intelligi autem nequit punctum aliquod rectæ A B inter duo puncta A B minus ab extremo X v. g. quam ab M diſtare, quin A B incurvetur contra hypotheſim.

Secunda pars: Si eſt punctum aliquod extra rectam perpendicularem A B æqualiter ab extremis M X remotum, ſit v. g. punctum N: ducatur igitur ex B recta B N; quoniam igitur duo puncta BN rectæ B N æqualiter diſtant ab extremis MX, erit B N perpendicularis, per primam partem; & eſt etiam perpendicularis B A per hypotheſim: ex eodem igitur puncto B ad eamdem rectam duæ perpendiculares ducuntur, quod eſt impoſſibile (*n*. 65).

PROPOSITIO IV. THEOREMA.

68. *Recta* A B *ex puncto* A *ad* B C *perpendiculariter ducta eſt breviſſima omnium*, *quæ ex dicto puncto ad rectam* BC *duci poſſunt*: *obliquarum* A D, A C *ea minor eſt*, *quæ minus a perpendiculari* A B *removetur*. (Fig. 8.)

Demonſtratur. Producatur A B uſque ad G, ut ſint A B, B G æquales; ducaturque D G: AD+ DG > A B + B G (*n*. 48.): ergo eorum magnitudinum dimidia A D > A B. Secunda pars demonſtratione non indiget.

COROLLARIUM I.

69. Duæ igitur obliquæ V L, V N (Fig. 4.) ductæ ex eodem puncto V lineæ perpendicularis O R ad diverſas partes, ſcilicet ad duo puncta LN rectæ LN æqualiter a perpendiculari diſtantia, erunt æquales. Manifeſte ex propoſitione colligitur; ad diverſas enim partes duci, lineas non efficit majores, aut minores.

CO-

COROLLARIUM II.

70. Si obliquæ VL, VN (Fig. 4.) ſint æquales, & perpendiculares etiam æquales, aut eadem VR, erunt etiam diſtantiæ RN, RL æquales: & viciſſim, ſi & diſtantiæ RL, RN, & obliquæ VL, VN ſint æquales, etiam perpendiculares erunt æquales, aut eadem VR.

Demonſtr. Prima pars. Si diſtantiarum alia v. g. RL ſit major, quam RN, erit obliqua VL major, quam VN, contra hypotheſim (*n.* 68.); cum amplius a perpendiculari VR removeatur, quam alia ex eodem puncto V ducta.

Secunda pars in primam recidit; cum enim VR, RN, aut RL ſint mutuo perpendiculares (*n.* 66.); poſſunt RN, RL pro perpendicularibus; RV pro diſtantia ſpectari; & in primum caſum recidimus.

PROPOSITIO V. THEOREMA.

71. *Duæ rectæ* BA, DC (Fig. 9.) *ad tertiam* EF *perpendiculares, ſunt ſibi mutuo parallelæ.*

Demonſtr. Si enim non eſſent parallelæ, ſed alia obliqua, in infinitum productæ in aliquo tandem puncto concurrerent, puta in D (*n.* 59.): ergo ex eodem puncto D ad eamdem rectam EF duæ perpendiculares duci poſſent, quod eſt impoſſibile. (*n.* 64.).

COROLLARIUM.

72. Duæ rectæ EF, CA, tertiæ cuilibet Z parallelæ, ſunt ſibi mutuo parallelæ. (Fig. 10).

Demonſtr. Sit BX perpendicularis ad CA: ergo erit perpendicularis ad EF, & Z (*per axiom.* 9. *n.* 60.): ergo tres rectæ CA, Z, EF ſunt ad BX perpendiculares (*n.* 66.), & ſibi mutuo parallelæ (*n.* 71.)

PROPOSITIO VI. THEOREMA.

73. *Duo circuli in unico tantum puncto ſe tangunt interius; ut etiam exterius: linea etiam recta circularem in unico puncto tangit.* (Fig. 12, 13, 21..

Demonſtr. prima Pars: Si in parte extenſa interius ſe contingunt, ſit ea BA v. g., ad cujus extrema BA ex Centris CD ducantur rectæ CB, CDA: modo

modo ſic: Erit DA = DB; quia ſunt radii ejuſdem circuli (*axiom.* 3. *n.* 60): additaque utrimque CD erunt CDA = CD + DB: rurſus CA = CB (*axiom.* 3. *n.* 60); ergo CB par eſt duabus CD, DB (*axiom.* 3. *n.* 27.); quod eſt impoſſibile.

Secunda pars: In ſecundo caſu ductis ad punctum B rectis DB, CB, erunt DB = DA; CB = CA (*axiom.* 3. *n.* 60.): ergo tota CBD eſſet æqualis toti CAD, quod eſt impoſſibile (*n.* 48.). Contactum lineæ rectæ, & circularis etiam punctualem eſſe; ex ipſarum linearum geneſi conſtat; ex puncto enim contactus B (Fig. 21.) recta BE perpetuo recedit a centro O, curva autem BR perpetuo recedit a recta BE; & ex eodem puncto verſus centrum perpetuo incurvatur.

PROPOSITIO VII. THEOREMA.

74. *Si recta* AF (Fig. 14.), *ad chordam* DE *perpendicularis, eam per medium ſecet, per centrum* F *tranſibit: & viciſſim, ſi per centrum* F *tranſeat, & chordam* DE *perpendiculariter ſecet, per medium ſecabit eamdem chordam; & chordæ arcum* DAE.

Demonſtr. Prima Pars: Recta RF tranſit per omnia puncta æqualiter ab extremis DE diſtantia (*n.* 67.): ergo tranſit per centrum F, quod a ſingulis peripheriæ punctis æqualiter diſtat.

Secunda Pars: Punctum F, circuli centrum, æque diſtat a D, & E (*n.* 44.): ergo etiam punctum R, communis chordæ, & perpendicularis DE interſectio (*n.* 63). Tertia Pars demonſtratione non indiget.

COROLLARIUM.

75. Recta quæcunque RF (Fig. 14.) per circuli centrum tranſiens, & chordam DE per medium ſecans, eam perpendiculariter ſecat. Duo ſiquidem, per hypotheſim, habet puncta F, R, æqualiter ab extremis D, E diſtantia: ergo eſt perpendicularis ad chordam, ut (*n.* 67) demonſtravimus.

PROPOSITIO VIII. THEOREMA.

76. *Diameter* A B (Fig. 17.) *eſt omnium chordarum maxima: Cæterarum* C D, H O *&c. ea major eſt, quæ fuerit diametro ſeu Centro propior.*

Demonſtr. Prima Pars. Ducantur ex centro E ad chordæ cujuſcumque C D extremitates rectæ E C, E D: CD minor eſt, quam C E D (*n.* 48) : diameter autem A E B æqualis eſt C E D (*n.* 60. *ax.* 3.): ergo diameter major eſt, quam chorda.

Secunda Pars. Statuantur parallelæ chordæ C D, H O; erit arcus H O minor, quam arcus C D, ut eſt per ſe notum: ergo & chorda HO minorem arcum abſcindens, minor eſt, quam Chorda CD majorem arcum ſubtendens (*ax.* 3. *n.* 60.)

PROPOSITIO IX. THEOREMA.

77. *Si ex puncto quocunque* A (Fig. 18.) *intra circulum, ſed extra illius centrum plures ad peripheriam ducantur rectæ, major eſt* A C *per centrum tranſiens; reliqua pars* AO *diametri minima omnium; Cæteræ eo ſunt minores, quo a maxima* A B C *remotiores, & ad minimam* A O *magis accedunt.*

Demonſtr. Ex centro B ducantur BD, BR : modo ſic: AB + BD ſunt majores, quam A D (*n.*48), & æquales rectæ AC: ſunt enim BC = BD (*ax.* 3. *n.* 60.) additurque utrimque AB: ergo AC > AD.

Secunda Pars. BO = B R (*ax.* 3.); ſed B A + A R > BR (*n.* 48.): igitur BA cum AR major eſt, quam B A O; & ablata utrimque B A communi, erit A R major, quam A O. Tertia pars ex ipſa circulorum geneſi patet, neque demonſtratione indiget.

COROLLARIUM.

78. Ex quocunque igitur puncto intra circulum, ſed extra centrum, duæ tantum rectæ A R, A R ad peripheriam duci poſſunt æquales, ac proinde ſi ex puncto aliquo pluſquam duæ duci poſſint æquales, id punctum erit centrum. Si enim aliter fieri poſſet, ſint æquales AR, AR, AD: earum ſaltem duæ ad eam-

eamdem partem ORC jacent, eſtque una AD diametro AC propior quam, altera AR: ſunt igitur inæquales: rectæ igitur æquales AR, AR non ad eamdem partem duci poſſunt.

PROPOSITIO X. THEOREMA.

79. *Si a puncto quocunque* A (Fig. 19) *extra circulum ad illius peripheriam* BRE *ducantur rectæ* AB, AR, AE, *minima eſt* AB, *quæ producta per centrum* D *tranſit; Cæterarum* AR, AE, *ea minor* AR, *quæ fuerit minimæ propior.*

Ex centro D ducantur DR, DE. Demonſtr. Prima Pars. DA minor eſt, quam DRA (*n.* 48.): auferantur ex ſingulis partes DB, DR æquales (*n.* 60): ſuperſunt BA, & RA inæquales; BA minor, quam RA (*n.* 61). Secunda Pars ex circulorum geneſi eſt manifeſta.

PROPOSITIO XI. THEOREMA.

80. *Si recta quæcunque* DE (Fig. 21) *circulum tangat in* B, *& ex centro* O *ad contactum ducatur recta* OB, *erit* OB *perpendicularis ad tangentem* DE; *& ſi* BO *ex contactu ducatur ad tangentem perpendicularis, per centrum* O *tranſibit.*

Demonſtr. Prima Pars. Recta OB ex Centro ad contactum B ducta eſt breviſſima omnium rectarum, quæ ad tangentem duci poſſunt, cum ad peripheriam pertingat; reliquæ vero, ut OO ultra producantur: ergo OB eſt perpendicularis (*n.* 68.).

Secunda Pars. Si in perpendiculari BO non eſt centrum, ſit in alia quacunque BX: ergo BX eſt perpendicularis ad DE, ut modo demonſtravimus; & etiam OB eſt perpendicularis ad DE per hypotheſim: duæ igitur perpendiculares ex eodem rectæ DE puncto B ducuntur; quod eſt impoſſibile (*n.* 65)

PROPOSITIO XII. THEOREMA.

81. *Inter rectam tangentem* DE (Fig. 21.), *& peripheriam* BR *duci non poteſt alia recta* BS *per punctum contactus* B, *quin circulum ſecet: maxime vero*

ro per contactus punctum B *infinitæ lineæ circulares duci poſſunt, quæ & rectam* D E, *& peripheriam in puncto* B *contingant.*

Demonſtr. Prima pars. Si alia recta BS eſſet etiam tangens, & non ſecaret circulum, recta O B, ex centro ad contactum ducta, eſſet perpendicularis ad utramque B E, B S (*num.* 80.); & viciſſim (*n.* 66.): ergo ex eodem puncto B erigi poſſent duæ perpendiculares B E, B S ad eamdem rectam OB, quod eſt impoſſibile (*n.* 65.).

Secunda pars. Diametro B O T (Fig. 11.) in infinitum producta, ex infinitis ejus punctis tamquam Centris, totidem per contactum B ducantur circuli: omnes peripheriæ & rectam A A, & circulum T B, & ſe invicem in puncto ſolum B contingent. (*n.*73)

PROPOSITIO XIII. THEOREMA.

82. *Omnes anguli, quamtumvis infiniti,* M B A, A B N, N B X (Fig. 3.) *ſupra rectam* M X *in eodem puncto* B *ab quibuſcunque rectis in id punctum cadentibus efformati, æquales ſunt duobus rectis; omnes vero anguli* O O O (Fig. 22) *a quibuſcunque lineis in eodem puncto* O *ſe ſe ſecantibus formati, quatuor rectis æquantur.*

Demonſtr. Prima Pars. Ex puncto B, tamquam Centro ſupra rectam M X deſcribatur ſemicirculus M A X, cujus peripheria valet 180 gradus (*n.* 53); duorum rectorum menſuram (*n.* 61); & menſuram etiam omnium angulorum, qui in puncto B ſupra rectam M X formantur, ut numero 56 explicavimus: ergo &c.

Secunda Pars. Omnes anguli OOOO circa idem diametri A B punctum, circuli centrum, formati, habent integram circuli peripheriam pro menſura: eorum igitur menſura ſunt 360 gradus, ſeu 4 angulorum rectorum menſura (*n.* 53.): eorum igitur angulorum ſumma valet quatuor angulos rectos.

COROLLARIUM.

83. Anguli ad verticem oppoſiti N, R (Fig. 23.) ſunt æquales. Duo enim anguli X, & R ſunt æquales

les duobus rectis; cum a recta BR in rectam XX incidente ſupra eamdem rectam XX efficiantur (*n.* 82): ob eamdem cauſam erunt duobus rectis æquales duo anguli X, & N: ſunt igitur æquales ſummæ angulorum R, X, ex una parte, X, N ex alia: ablatoque communi angulo X ab utraque parte, relinquuntur anguli N, R æquales. (*ax.* 6. *n.* 27.)

DEFINITIO.

84. *Sinus* arcus BH (Fig. 16.) eſt recta BI ab extremitate ipſius arcus B ad radium DH per aliam ejuſdem arcus extremitatem H ductum perpendicularis. *Sinus* BI dicitur indiſcriminatim *Sinus* arcus BH, vel anguli BDH, ſeu BDI, cujus prædictus arcus eſt menſura. Generatim autem *Sinus* anguli cujuſcunque BDI eſt recta BI ab extremitate unius lateris ad aliud latus perpendicularis. In eodem, aut æqualibus circulis Sinus æquales BI, IC ſunt ſinus æqualium arcuum BH, HC, aut æqualium angulorum BDI, CDI, ut eſt manifeſtum.

PROPOSITIO XIV. THEOREMA.

85. *Si obliqua* XX, *aut* BC (Fig. 23. 25.) *duas rectas parallelas* AB, CD *ſecuerit*, *erunt primi alterni anguli* N, M, *aut* O, S *æquales*: *Secundo duo ad eamdem partem interni* RS *ſimul ſumpti æquantur duobus rectis*. *Tert. externus v. g.* N *oppoſito interno* V *æqualis eſt*.

Demonſtr. Prima Pars. Ex ſectionibus C. & B, tamquam Centris, communi intervallo CB deſcribantur arcus RS inter eaſdem parallelas; ducanturque rectæ CA, BD ad ſingulas parallelas perpendiculares, quæ erunt angulorum NM, ſeu arcuum RS ſinus, & inter ſe æquales, ex parallelarum definitione (*n.* 59. 84). Sunt igitur æquales arcus RS (*n.* 84), & conſequenter anguli NM, quorum ſunt menſuræ (*n.* 56.). Idem pari modo de angulis RV (Fig. 23.) demonſtrabitur.

Secunda Pars. Anguli R, & O ſimul æquantur duobus rectis (*n.* 82): Sed angulus O idem eſt, at-

que

que angulus S, per primam partem: ergo anguli R S ſimul ſumpti æquantur duobus rectis.

Tertia Pars. Angulus S par eſt angulo O, per primam partem: angulus O par eſt angulo X oppoſito ad Verticem (*n.* 83.): ergo angulus S par eſt angulo X oppoſito externo (*ax.* 3. *n.* 27).

PROPOSITIO XV. THEOREMA.

86. *Si a recta* XX, *aut* BC (Fig. 23 25.) *duas rectas* AB, CD *ſecante, fiant alterni anguli* N, M *æquales; aut duo ad eamdem partem interni* RS *ſimul æquales duobus rectis; aut externus* X *æqualis oppoſito interno* S, *erunt duæ rectæ* AB, CD *parallelæ.*

Hæc propoſitio eſt prioris converſa.

Demonſtr. Prima pars. Ducantur, ut prius rectæ AC, BD, & arcus RS; ſunt æquales anguli NM, per hypotheſim: erunt etiam æquales arcus RS, eorum angulorum menſuræ (*n.* 56): ergo etiam rectæ AC, BD prædictorum arcuum, & angulorum æqualium ſinus (*n.* 84): æquidiſtant igitur AB, CD, & conſequenter ſunt parallelæ.

Secunda Pars. Duo anguli RO ſimul ſunt æquales duobus rectis (*n.* 82): idem eſt de duobus angulis RS; ablato igitur utrimque communi angulo R ſuperſunt duo anguli S, O æquales inter ſe, & alterni: ergo per primam partem erunt AB, CD parallelæ.

Tertia Pars. Angulus X eſt par angulo O ad verticem oppoſito (*n.* 83): quoniam igitur ponitur æqualis angulo S interno oppoſito; erit angulus S alterno O æqualis: & rectæ AB, CD parallelæ per primam partem.

DEFINITIO.

87. *Angulus in Semicirculo* eſt OMO (Fig. 32), cujus apex in periphæria, & laterum extrema in diametri OO extremitatibus cadunt. Univerſim *Angulus in Segmento* v. g. AEDC eſt ADC, cujus apex eſt in ejus ſegmenti peripheria, laterum extrema in ejuſdem arcus extremitates AC (Fig. 26.) cadunt. *Angulus* autem *Segmenti* BEC. v. g.

eſt angulus A B C, quem tangens A B, & chorda ejuſdem ſegmenti efficiunt. (Fig. 27).

DEFINITIO.

88. *Angulus ad centrum* eſt A B C (Fig. 26), cujus apex in Centro, & latera ſunt duo circuli radii A B, C B. *Angulus ad periphæriam* eſt A D C, cujus vertex in periphæria, latera intra circulum cadunt; dicitur etiam *Angulus inſcriptus*. *Angulus circumſcriptus* eſt E F G, cujus apex F eſt extra circulum; latera periphæriam tangunt.

PROPOSITIO XVI. THEOREMA.

89. *Angulus Segmenti cujuſcumque*, *v.g.* ABC (Fig. 28.) *habet pro menſura dimidium ejuſdem Segmenti* B HC *arcum* BH *aut* HC.

Demonſtr. Ducatur diameter E F chordæ BC parallela, & alia item diameter H G ad eamdem perpendicularis; & radius inſuper I B ad tangentem D A rectus: modo ſic: H G & chordam B C, cui eſt perpendicularis, & arcum B H C per medium ſecat (*n.* 74); eſtque arcus B H, dimidium arcus BC, menſura anguli B I H (*n.* 56): ſed idem eſt menſura anguli A B C: ſunt enim anguli I B A, H I E æquales, utpote recti (*n.* 61): ablatis igitur utrimque angulis B I E, & I B C alternis inter parallelas B C, E F, ac proinde æqualibus (*n.* 85); ſuperſunt anguli H I B, A B C æquales (*ax.* 6: *n.* 27): habent proinde eamdem menſuram (*n.* 56).

Idem demonſtrabitur de angulo C B D relate ad arcum B G C, ejus ſcilicet ſegmentum; cum enim duo anguli C B A, C B D, ſint duobus rectis æquales (*n.* 82), habeant ſemicircumferentiam pro menſura (*n.* 61), ſitque arcus B H menſura anguli C B A, erit arcus B E G, reliqua ſemicircumferentiæ H E G pars, & ſegmenti B G C dimidium, anguli C B D menſura.

PRO-

PROPOSITIO XVII. THEOREMA.

90. *Angulus* ABC (Fig. 29) *ad circumferentiam habet pro menſura dimidium arcus* AC, *cui inſiſtit; eſtque proinde dimidium anguli ad centrum in eodem arcu inſiſtentis.*

Demonſtr. Anguli M, N, O, cum ſint duobus rectis æquales (*n.* 82), habent pro menſura ſemicircumferentiam circuli, quæ ab angulorum lateribus BA, BC in tres arcus eſt diviſa: cum igitur anguli M, O habeant pro menſura dimidia ſuorum arcuum, aut ſegmentorum X, Z (*n.* 89); angulus N habebit pro menſura dimidium reliqui arcus AC, cui inſiſtit; eo enim pacto tria trium arcuum dimidia ſemicircumferentiam efficiunt.

Secunda Pars. Anguli ABC (Fig. 26) ad centrum menſura eſt arcus integer AC, cui inſiſtit (*n.* 56): anguli autem ADC ad circumferentiam menſura eſt dimidium arcus ejuſdem AC, cui etiam inſiſtit, ut modo probavimus: ergo angulus ADC eſt dimidium anguli ABC.

COROLLARIUM.

91. Omnes anguli OOO (Fig. 30.) ad circumferentiam, & in eodem arcu inſiſtentes ſunt æquales: Omnes enim ſunt dimidium ejuſdem anguli ad centrum, qui in eodem arcu AC inſiſtit. Ex eadem ratione angulus CBD (Fig. 31.) in ſemicirculo eſt rectus: in ſegmento minore BEC (Fig. 27.) eſt major recto: in ſegmento majore BFC eſt minor recto.

Demonſtratur. Angulus CBD habet pro menſura quadrantem circuli, dimidium ſcilicet ſemicirculi CND, cui inſiſtit (*n.* 89): ergo eſt angulus rectus. Rurſus angulus BPC inſiſtit in arcu BFC majori, quam ſemicirculus: angulus autem F in arcu BEC minori: cum ergo eorum arcuum dimidia ſint prædictorum angulorum menſuræ (*n.* 89); primus majorem, ſecundus minorem quadrante habet menſuram: primus igitur eſt recto major, ſecundus vero minor.

ELEMENTUM SECUNDUM.

De figuris planis, earumque proprietatibus.

DEFINITIO.

92. *Figura plana* eſt quæcumque ſuperficies plana lineis undique terminata; quæ latera figuræ plerumque dici ſolent. Si ad latera attendamus, in *Rectilineas*, *Curvilineas*, & *mixtilineas* dividuntur figuræ. *Rectilineæ* ſunt quæ rectis: *Curvilineæ*, quæ curvis: *Mixtilineæ*, quæ partim rectis, partim curvis lineis terminantur. Figura *Regularis* eſt, quæ & angulos, & latera habet inter ſe æqualia. *Irregularis*, eſt cujus latera, vel anguli, aut utraque ſunt inter ſe inæqualia; anguli ſcilicet angulis, latera lateribus.

DEFINITIO.

93. Latera figuræ ſimul ſumpta ejuſdem figuræ *perimeter*, & *ambitus* nuncupantur. *Area* vero eſt ſpatium a lateribus comprehenſum. *Baſis* eſt latus quodcumque AC (Fig. 34), quo innititur figura. *Vertex* eſt punctum B baſi oppoſitum, & ab illa remotiſſimum. *Altitudo* figuræ cujuſcumque eſt perpendicularis a Vertice in baſim ducta v.g. BX. Aliquando cadit extra figuram.

DEFINITIO.

94. Figura rectilinea *æquilatera* CABD (Fig. 35) eſt, quæ habet omnia latera ſibi mutuo æqualia. Dicitur *æquiangula*, ſi habeat omnes angulos ſibi mutuo æquales. Duæ autem, aut plures figuræ ſunt *ſibi mutuo æquilateræ*, aut *æquiangulæ*, ſi unius latera, aut anguli (licet inter ſe inæquales) lateribus, aut angulis alterius ſint æquales; ſingula ſingulis; ut in (Fig. 24.) anguli A, & L; C, & O; M, & B: latera item MO, & BC &c. æquantur.

DE-

DEFINITIO.

95. ***Triangulum planum*** eſt ſuperficies tribus lineis comprehenſa, puta NYM (Fig. 39). Relate ad latera dicitur ***Rectilineum***, ***Curvilineum***, ***Mixtilineum***, & ***Æquilaterum*** (quæ nomina ſuperius explicavimus). ***Iſoſceles*** eſt, cujus duo ſolum latera ſunt inter ſe æqualia, ut OMO (Fig. 32.) ***Scalenum***, cujus omnia latera ſunt ſibi mutuo inæqualia, ut ABC (Fig. 34). Si angulos ſpectes dicitur ***Rectangulum***, quod angulum habet rectum, ut OMO (Fig. 32). ***Acutangulum***, cujus omnes anguli ſunt acuti, ut MOL (Fig. 24). ***Obtuſangulum***, cujus alter angulus eſt obtuſus, ut ABC (Fig. 34). Latus OO (Fig. 32.) angulo recto M oppoſitum dicitur ***Hipothenuſa***.

DEFINITIO.

96. ***Figura quadrilatera Rectilinea*** eſt ſuperficies plana 4 rectis lineis comprehenſa. Dividitur in ***Quadratum***, ***Rectangulum***, ***Rhombum***, ***Rhomboidem***, ***Trapezium*** &c. ***Quadratum*** eſt CD (Fig. 35), quod latera habet æqualia, & angulos rectos. ***Rectangulum*** CD (Fig. 38) eſt, quod angulos omnes habet rectos: at oppoſita tantum latera ſibi mutuo æqualia. ***Rhombus*** eſt CA (Fig. 37) quadrilaterum æquilaterum, ſed non æquiangulum. ***Rhomboides*** eſt quadrilaterum CD (Fig. 36), quod neque æquilaterum, neque æquiangulum eſt; ſed latera tantummodo, & anguli appoſiti ſunt æquales. ***Trapezium*** denique eſt quodcumque quadrilaterum ZSTR (Fig. 56), cujus oppoſita latera ſunt inæqualia.

DEFINITIO.

97. ***Parallelogramum*** eſt quodcumque quadrilaterum TSHL (Fig. 60), cujus oppoſita latera ſunt parallela. Omne Quadratum, Rectangulum, Rhombus, & Rhomboides ſunt Parallelograma. ***Diagonalis*** Quadrilateri eſt recta AB (Fig. 35. 36. &c.) ab uno ad oppoſitum angulum ducta. Omnis figura plana, quæ

plura, quam quatuor, latera habeat, dicitur generali voce *Polygonum*. *Angulus externus* cujuſcumque figuræ eſt BCD, v.g. quem latus AC exterius productum una cum alio latere CB adjacente efficit. (Fig. 40.).

PROPOSITIO XVIII. THEOREMA.

98. *Omnes anguli* N, M, Y (Fig. 39.) *cujuſcunque trianguli Rectilinei ſimul ſumpti æquivalent duobus rectis : externus autem* DCB (Fig. 40.) *duobus internis oppoſitis* AB *æqualis eſt*.

Demonſtr. Prima Pars. Per punctum Y, apicem trianguli, ducatur recta AE baſi parallela : modo ſic: tres anguli ZYX æquivalent duobus rectis (*n.* 82); ſed angulus Z angulo N alterno, angulus X angulo M etiam alterno æquales ſunt (*n.* 85): ergo tres anguli N, Y, M duobus rectis æquivalent.

Secunda Pars. Per apicem C ducatur CL baſi AB parallela: angulus I par eſt angulo B alterno (*n.* 85): angulus item O par eſt interno oppoſito A (*n.* 85): ergo totus externus DCB duobus ſimul internis AB æqualis eſt.

COROLLARIUM I.

99. Summæ trium angulorum in quocumque rriangulo ſunt æquales, ſeu eædem: cum omnes ſint duobus rectis æquales. Similiter ſi in quocunque triangulo aliquis angulus ſit rectus, aut obtuſus, reliqui duo erunt acuti; ac proinde quodcumque triangulum unicum habere poteſt angulum rectum, aut unicum obtuſum. Niſi enim ita eſſet, Summa trium angulorum major eſſet duobus rectis, ut ex ſe patet; quod eſt impoſſibile.

COROLLARIUM II.

100. Si duo triangula angulum angulo parem habuerint, etiam ſummæ reliquorum angulorum erunt æquales. Si autem duos angulos duobus habeant æquales, etiam tertium tertio parem habebunt. Cum enim ſint in utroque triangulo ſummæ angulorum æqua-

quales, ut modo demonſtravimus; ſi æqualia ex his ſummis auferantur, quæ remanent, etiam ſunt æqualia.

PROPOSITIO XIX. THEOREMA.

101. *In quocumque, triangulo (de rectilineis ſemper loquimur) majus latus* CD (Fig. 31.) *majori angulo B opponitur; & major angulus B majori lateri CD.*

Demonſtr. Per puncta BCD ſit circulus deſcriptus. Quoniam latus, ſeu chorda CD ponitur duobus reliquis majus, etiam arcus CND erit ſingulis reliquis major. (*ax.* 3. *n.* 60): ergo angulus B majori arcui inſiſtens major erit, quam D, aut C minoribus inſiſtentes (*n.* 90).

Secunda Pars. Angulus B ſingulis DC major eſt per hypotheſim: ergo arcus CND, cui inſiſtit, & cujus dimidium habet pro menſura (*n.* 90), eſt major ſingulis arcubus DB, & BC (*n.* 56): ergo etiam chorda, ſeu latus CD, major eſt, latere DB, aut BC.

COROLLARIUM.

102. In quocumque igitur triangulo v. g. AOB (Fig. 41.) latera æqualibus angulis oppoſita ſunt æqualia; & anguli æqualibus lateribus oppoſiti ſunt æquales; ac proinde, ſi triangulum ſit æquiangulum, etiam erit æquilaterum, & ſi ſit æquilaterum, etiam erit æquiangulum: niſi enim ita eſſet, fieret, ut latera æqualia inæqualibus angulis; æquales anguli inæqualibus lateribus in eodem triangulo opponerentur, ut ex ſe patet: hoc autem eſt impoſſibile, ut in propoſitione demonſtravimus. Unde etiam infertur, inæquales eſſe angulos, qui inæqualibus lateribus opponuntur, & viciſſim.

PROPOSITIO XX. THEOREMA.

103. *Si duo triangula* (Fig. 42.) *habuerint angulum* I *alteri* O *æqualem, & latera æquales angulos comprehendentia etiam æqualia, hoc eſt*, AI *æquale* DO, IZ *&* OV *item paria; & baſes, & reliqui angu-*

li erunt æquales. Similiter ſi duo triangula A I Z, D V O *fuerint ſibi æquiangula, & latera* AZ. DV *inter æquales angulos comprehenſa habuerint æqualia, in reliquis omnibus erunt etiam æqualia.*

Demonſtr. Prima Pars: Superimponatur triangulum triangulo: angulus nimirum I angulo O, puncta DV in puncta AZ cadent, ob æqualitatem laterum: anguli igitur angulis; latera lateribus congruunt, & tota erunt æqualia.

Secunda Pars: Si triangulum D V O triangulo A Z I imponatur, cadatque D V ſupra A Z neceſſario punctum O cadet etiam ſupra punctum I; ſi enim caderet extra punctum I, v.g. in puncto R, eſſent anguli Z, & V inæquales, contra hypotheſim; cum mutuo ſibi impoſiti non congruerent.

PROPOSITIO XXI. THEOREMA.

104. *Si duo triangula* (Fig. 42.) *habuerint omnia latera ſibi mutuo æqualia, etiam anguli æqualibus lateribus oppoſiti erunt æquales: hoc eſt, triangula duo mutuo æquilatera, etiam ſunt mutuo æquiangula.*

Demonſtr. Sunt per hypotheſim æqualia A I, D O: I Z, O V; A Z, D V: dico, eruntetiam æquales anguli O, I: A, D: Z, V: Superimponatur triangulum D V O triangulo A I Z inſcripto in circulo, D V lateri A Z; etiam punctum O cadet in I, eruntque tota æqualia: ſi enim caderet extra I v.g. in R, eſſet D O, hoc eſt, A R major, quam A I, contra hypotheſim: ſi caderet in S, aut F, eſſet VO major, aut minor, quam ZI, iterum contra hypotheſim, eſſent enim inæqualium arcuum ejuſdem circuli chordæ: ergo neceſſario punctum O cadet in I.

PROPOSITIO XXII. THEOREMA.

105. *Diagonalis* A B *dividit Quadratum, Rectangulum, Rhombum, Rhomboidem in duas partes æquales: anguli oppoſiti ſunt æquales: latera item oppoſita ſunt æqualia, & paral'ela.* (Fig. 35, 36, 37, 38).

Demonſtr. In omnibus hiſce figuris ſunt latera op-

oppoſita æqualia: CB lateri AD; AC lateri DB (*n.* 96): triangula igitur ACB, ABD (Fig. 36. v. g.) ſunt mutuo æquilatera: cum præter latera æqualia habeant AB commune: ergo congruunt, & ſunt in omnibus æqualia (*n.* 104): ac pr inde angulus C par eſt angulo D, idem de angulis B, A demonſtratur, anguli OO alterni ſunt item æquales; & conſequenter CB, AD parallela (*n.* 86).

Cum certum aliunde ſit, demonſtratuque facillimum, immo poſtulari poſſit; omne parallelogramum, eſſe Quadratum, aut Rectangulum, aut Rhombum, aut Rhomboidem, quæ de hiſce figuris modo demonſtravimus, de parallelogramo etiam vera ſunt; eaque ulterius demonſtrare ſuperſedeo.

PROPOSITIO XXIII. THEOREMA.

106. *Quodcumque polygonum regulare* BAF (Fig. 33.) *circulo inſcribi poteſt.*

Demonſtr. Duo latera polygoni BA, AE rectis RC, OC perpendiculariter biſecentur: ex puncto C, in quo hujuſmodi rectæ concurrunt, tamquam Centro, intervallo CA deſcriptus circulus per BAEFI, angulos ſcilicet polygoni ducitur, eritque polygono circumſcriptus. Nam in triangulis OCE, OCA ſunt anguli OO æquales, quia Recti (*n.* 61): latera OE, OA etiam æqualia per conſtructionem: latus OC commune: ergo etiam ſunt æqualia CE, CA (*n.* 103): ac proinde circulus ex centro C deſcriptus & tranſiens per A, etiam per E ducitur. Idem ſimiliter demonſtratur de CB, CI &c.

COROLLARIUM.

107. Quodcumque polygonum regulare AIF (Fig. 33) in triangula CBA, ACE æqualia, æquiangula, & æqualatera dividitur. Cum enim æqualia ſint BA, AE per hypotheſim, reliqua item latera BC, AC, EC æqualia, ejuſdem nimirum circuli radii; erunt triangula BCA, ACE æquilatera; ac proinde ſunt omnino æqualia. Ejuſmodi etiam triangula polygoni regularis BAF habent eamdem com-

communem altitudinem O C, ſeu R C. Cum enim ſint æquales B A, A E, chordæ, aut latera polygoni; earum a Centro C, triangulorum apice, diſtantiæ ſunt æquales (*n.* 76): ejuſmodi autem perpendiculares ſunt triangulorum altitudines (*n.* 93): ergo &c.

PROPOSITIO XXIV. THEOREMA.

108. *Parallelograma* A C D B, ECDF (Fig. 51), *quæ eamdem, aut æqualem baſim* CD; *& eamdem, aut æqualem altitudinem habent, ſeu inter eaſdem parallelas* C M, A F *exiſtunt, ſunt æquales.*

Demonſtr. A B, & E F, æquales tertiæ C D (*n.* 105), ſunt æquales inter ſe: addita utrinque B E, erunt A E, B F æquales (*n.* 27): ſunt item æquales C E D F, C A D B (*n.* 105): ergo triangula A E C, B F D ſunt æquilatera, & omnino æqualia (*n.* 104). Ablato igitur utrimque triangulo BEO, erunt trapezia C O B A, D O E F æqualia (*n.* 27. *ax.* 6): addito item utrimque communi triangulo C O D, erunt tota, ſeu parallelograma C A B D, C E F D æqualia (*ax.* 6. *n.* 27).

COROLLARIUM.

109. Triangula quæcumque C A D, C E D ejuſdem, aut æqualis baſis, & ejuſdem, aut æqualis altitudinis ſunt æqualia. Sunt enim dimidia parallelogramorum A C D B, C D F E, quæ ſuper communem triangulorum baſim C D, & cum eadem altitudine deſcribuntur. Generatim triangulum quodcumque A C D, eſt dimidium parallelogrami cujuſcumque C D F E, æqualem baſim, & altitudinem habentis: eſt enim dimidium alterius parallelogrami A C B D ſub eadem baſi & altitudine conſtructi, quod exinde eſt priori parallelogramo æquale, ut modo in propoſitione demonſtravimus. Unde etiam, & ex ſuperius demonſtratis numero 105 evidenter infertur, quodcumque triangulum M K L æquale eſſe parallelogramo cuicumque M K N O (Fig. 52) eamdem altitudinem, & dimidiam baſim, vel eamdem baſim, & dimidiam altitudinem habenti.

PRO-

PROPOSITIO XXV. THEOREMA.

110. *In triangulo rectangulo* A B C (Fig. 53.) *quadratum lateris oppoſiti angulo recto eſt æquale duobus ſimul reliquorum laterum quadratis : hoc eſt* A E *eſt æquale duobus ſimul* A I, B G.

Demonſtr. Ex angulo recto B ducatur recta B E; & B L parallela rectæ C E; ducatur item A G. Quoniam triangula A C G, B C E habent æqualia A C, C E; & B C, C G, & angulos B C E, A C G item æquales, cum ad angulos O O rectos, ac proinde æquales (*n.* 61), addatur communis A C B (*ax.* 6. *n.* 27); erunt tota triangula B C E parallelogrami K C E L dimidium, cum eamdem habeant baſim C E, & inter eaſdem parallelas E C, L B exiſtant (*n.* 109): ob eamdem rationem erit triangulum A C G parallelogrami quadrati B C G dimidium : quadratum igitur B C G. & rectangulum K C E ſunt æqualia, cum ſint æqualium dupla. Eodem pacto demonſtrabitnr rectangulum K D quadrato A I eſſe æquale: duo igitur quadrata ſimul A I, B G duobus ſimul rectangulis D K, K E, hoc eſt, quadrato A E ſunt æqualia.

SCHOLION I.

111. Ex demonſtratis modo theorematis quaſcumque figuras planas menſurandi modum eruimus. Communis autem, qua utimur in menſurandis ſuperficiebus, menſura eſt alia item, & nota ſuperficies, Pes, ſcilicet, aut palmus quadratus, hoc eſt, quadratum, cujus ſingula latera pedalem, aut palmarem habent extenſionem: ad majores item ſuperficies adhibetur ulna, hexapeda, vel etiam leuca quadrata. Quadrata pro communi menſura adhibemus, quia ob angulorum, & laterum æqualitatem ſunt commodiora. Porro ad lineas, ſeu extenſionem quamcumque dimetiendam aliis etiam notæ extenſionis lineis utimur, puta palmo, pede, hexapeda, leuca lineari &c.

Ut quadrati cujuſcumque BC. (Fig. 47.) aream dignoſcas, notis prius lateribus, ſeu uno tantum latere

tere menſurato (ſunt enim omnia æqualia), unum in aliud latus duces, ſeu latus quodcumque A B in ſe ſeipſum duces. Sit A B, quatuor pedes longum, & in totidem pedes diviſum, ut & latus A C, ductiſque per ſingula diviſionum puncta rectis perpendicularibus, tota area quadrati in quatuor ordines ſecundum altitudinem eſt diviſa; ſinguli ordines in quatuor pedes, ut & ipſa figura demonſtrat.

Ex eadem ratione, ut rectanguli B D (Fig. 46) aream dignoſcas, altitudinem BC (4) per baſim BA (6) multiplica; productum 24, ſeu 24 pedes quadrati erunt tota rectanguli area. Univerſim vero cujuſcumque parallelogrami C E F D v. g. (Fig. 55) aream elicies, ſi illius altitudinem C A per baſim C D multiplices: eſt enim quodcumque parallelogramum C E F D rectangulo D A, eamdem baſim, & altitudinem habenti, æquale, ut ſuperius demonſtravimus (*n.* 108): eodem igitur modo & parallelogramum, & rectangulum metiri opus eſt; altitudinem ſcilicet in baſim ducendo.

Quoniam triangulum quodcumque C E D (Fig. 51) eſt dimidium parallelogrami C F, aut rectanguli C B eamdem baſim, & altitudinem habentis, patet, aream trianguli recte elici, ſi dimidiam altitudinem per baſim multiplices. Notatum hic iterum tyronibus velim, quod ſuperius diximus, ne ſcilicet figuræ altitudinem cum illius latere confundant, licet interdum utrumque coincidat.

SCHOLION II.

112 Area cujuſcumque polygoni regularis (Fig. 33) habetur, ſi dimidiam altitudinem alterius eorum triangulorum, in quæ reſolvitur polygonum, per omnia polygoni latera, ſeu per integram ejus circumferentiam multiplices; ſeu integram altitudinem in medium perimetrum, ſeu circumferentiam ducas: perpendicularis enim O C eſt communis omnium triangulorum polygoni altitudo: perindeque elicitur polygoni area, ac plurium triangulorum æqualem baſim, & altitudinem habentium. Sit v. g. O C 4 pedes longa: ſingula latera B A, A E v. g.

8: 8

8 : 8 in numerum laterum (5) ductus efficit (40) : media altitudo 2 ducta in 40 efficit 80 pedes quadratos pro integra polygoni area.

Ut Trapezium quodcumque Z R T S (Fig. 56) aut polygonum irregulare dignoſcas, prius in triangula, planarum figurarum ſimpliciſſima, dividenda ſunt. Singulorum triangulorum modo ſupra poſito dignoſcendæ ſunt areæ ſeorſim, quæ poſtea in unam ſummam collectæ integram Trapezii, aut polygoni aream efficiunt.

Circulus S M R (Fig. 57) tamquam regulare polygonum, cujus latera ſint infinita, & infinite parva, ſpectari recte poteſt. Si enim circulo ejuſmodi inſcribatur polygonum regulare S T M N P quinquelaterum (*n.* 106): poſtea vero ſinguli arcus T M, M N, quos ſubtendunt, aut ſecant prædicti polygoni latera, iterum biſecentur in R R, ducanturque ex ſingulis polygoni angulis T M v. g. ad puncta R R novæ, & minores chordæ T R, R M, M R &c. novum efficitur polygonum circulo inſcriptum, cujus latera ſunt plura duplo, & duplo minora, quam primi; novumque polygonum magis ad circulum accedit. Quod ſi ita ulterius pergas, interceptos ſemper arcus dividendo, novaque minorum ſemper laterum polygona inſcribendo, ad id polygonum devenies, cujus latera cum parvis, quos ſubtendunt arcubus pene confundantur, totaque polygoni periphæria in circulum deſinat, & pro circulari ſpectari poſſit. Unde polygonum regulare, cujus latera ſint infinita, & infinite parva, eſt circulus; & circulus, tamquam hujuſmodi polygonum ſpectari, & tractari debet.

Cum igitur circulus infinita habeat latera, in infinita dividitur triangula, quæ eamdem habent altitudinem, nempe radium, qui ad latera, infinite parva, & in curvam peripheriam abeuntia eſt perpendicularis. Dimidius igitur radius, ſeu altitudo, in omnes infinitorum triangulorum baſes, hoc eſt, in totam circuli periphæriam ductus efficit totam circuli aream. Eo enim pacto triangulorum areæ recte eliciuntur, ut ſupra docuimus. Unde ad circuli aream eliciendam, dimidium radium per totam circum-

cumferentiam, vel dimidiam circumferentiam per integrum radium multiplica.

Eſt quipe circulus quicumque GAF æqualis triangulo MKL, cujus altitudo KM ſit radius circuli, baſis autem KL circumferentiæ circuli æqualis. Unde etiam, & ex ſuperius demonſtratis liquet, circulum eſſe æqualem rectangulo KO; cujus altitudo ſit radius, baſis autem KN dimidiæ circumferentiæ æqualis: triangulum enim MKL circulo HGE æquale, eidem rectangulo æquatur (*n.* 109). Quoniam autem idem triangulum MKL eſt dimidium parallelogrami K*P* eamdem altitudinem MK (radicem), & eamdem baſim KL (circumferentiæ æqualem) habentis (*n.* 109), erit circulus ejuſdem parallelogrami dimidio æqualis (Fig. 52).

113. Inferius demonſtrabimus, fieri poſſe quadratum rectangulo KO æquale, hoc eſt, quadratum æquale circulo, cui par eſt dictum rectangulum. Inventa igitur eſſet geometrica circuli quadratura, ſeu æqualitas inter circulum datum, & quadratum etiam notum, circulusque, tamquam quadratum tractari poſſet, ſi id unum aſſequeremur, in quo rei cardo vertitur, exactum ſcilicet peripheriam circuli geometrice menſurandi modum, & rationem; inventaque eſſet & nota ratio, quam habet radius circuli ad circumferentiam; ſeu aliis terminis, ſi recta geometrice inveniri poſſet, quæ ſit dati circuli circumferentiæ æqualis: antiquiſſimum problema, cujus ſolutio geometrica per duo & amplius annorum millia quæſita adhuc deſideratur. In praxi tamen, ut plurima, quæ hinc pendent, reſolvantur problemata, citra ſenſibilis erroris periculum aliqua ex tribus ſequentibus diametrum inter, & circumferentiam rationibus uti potes: prima, & commodiſſima, quæ Archimedi tribuitur, ſtatuit diametrum eſſe ad circumferentiam, ut 7 ad 21, ſeu ut 1 ad 3 proxime: propius tamen ad veritatem Adrianus Metius poſuit 113. ad 355: Leopoldus tandem á Ceulen 100 ad 314. Problemata aliqua curioſa, quæ ſuum hic haberent locum ad horum Elementorum calcem reperies.

ELE-

ELEMENTUM TERTIUM

De Planarum Superficierum, ſeu figurarum ſimilitudine & proportione.

DEFINITIO.

114. *Figuræ ſimiles* ſunt quæcumque ejuſdem ſpeciei figuræ ſibi mutuo æquiangulæ, & quarum latera æqualibus angulis oppoſita ſunt proportionalia: v. g. ſi duo triangula (Fig. 58) habeant æquales angulos Vv, Oo, Rr, ſintque latera M ad m, & N ad n, ut Y ad i. Unde omnes figuræ regulares ejuſdem ſpeciei ſunt ſimiles. *Segmenta Similia*, *Sectores*, ſeu *arcus ſimiles* ſunt illi, qui ad integros circulos, quiſque ad ſuum, eamdem habent rationem, ut ſi arcus X ſit ad circulum X AB (Fig 59.), ut arcus X ad circulum XNR, quorum ſunt portiones, erunt prædicti arcus ſimiles.

Duæ figuræ quæcumque dicuntur habere *altitudines*, & *baſes reciprocas*, ſi baſis primæ ſit ad baſim ſecundæ, ut altitudo ſecundæ ad altitudinem primæ; ut ſi BA (Fig.46, 47) ſit ad AB, ut BD, ad AD. Centrum Polygoni regularis (Fig. 33.) eſt Centrum Circuli, cui inſcribitur.

LEMMA.

115. Facta quæcumque, ſeu magnitudines ex aliis ſimplicioribus per multiplicationem factæ, rationem inter ſe habent compoſitam ex rationibus magnitudinum componentium. Hanc propoſitionem, tamquam purum, & manifeſtum axioma, plurimi Geometræ exponunt, quin ullam demonſtrationem adducant. Eam unico Calami ductu Analytice demonſtrarem, dependenter tamen à plurimis principiis, quæ commode huc afferri non poſſunt.

Demonſtr. Sint duo facta, magnitudines numericæ continuæ, aut quæcumque aliæ A. B, quarum prima A rectangulum v. g. 30 palmos quadratos contineat, reſultetque ex magnitudinibus 3, & 10, baſi ni-

ſi nimirum, & altitudine in ſe invicem ductis: ſecunda vero B ex duabus item magnitudinibus v. g. 6, & 20 inter ſe multiplicatis producatur; erit A ad B in ratione compoſita ex ratione 3 ad 6, 10 ad 20: ſeu *exponens* A ad B idem eſt, atque exponens duarum magnitudinum 3, 10 ad 6, 20, ſe ipſas ſeorſim multiplicantium. Multiplicatio enim antecedentium 3, 10, & conſequentium 6, 20, eſt vera multiplicatio exponentium duarum rationum 3 ad 6, 10 ad 20, ita ut novum producatur exponens, ſeu facta quorum *exponentia* æquantur ſimplicium, & componentium magnitudinum exponentibus multiplicatis. In exemplo allato ſingulæ rationes 3 ad 6, 10 ad 20 habent pro exponente $\frac{1}{2}$: 2 ductus in 2 efficit 4; at facta 30 ad 120 etiam habent pro exponente $\frac{1}{4}$, quater enim prior continetur in ſecundo. Idem eſt in quibuſcumque magnitudinibus, quæ numeris exprimi nequeant; in omni ſiquidem caſu multiplicatis rationum terminis, ſeu antecedentibus, & conſequentibus, multiplicantur etiam, & augentur eorum terminorum, ſeu rationum exponentia.

L E M M A.

116. Facta quæcunque, aut magnitudines productæ ex magnitudinibus inæqualibus, per aliam communem magnitudinem multiplicatis, ſunt, inter ſe, ut magnitudines inæquales, ex quibus producuntur.

Hæc propoſitio ex ſola terminorum explicatione fit evidens: ſint duæ magnitudines quæcumque inæquales A 4, B 12, quæ in tertiam 10 ſeorſim ductæ duo efficiant producta D, 40, E, 120, dico, D erit ad E, ut inæquales magnitudines producentes A B ſunt inter ſe. Cum enim altera ex magnitudinibus producentibus utrique facto ſit communis, id ſolum erit diſcrimen, quod decem contineatur duodecies in E, & quater in D: & duodecim decies ſumptum eſt ad 4 decies ſumptum, ut 12 ſemel ſumptum, ad quatuor ſemel ſumptum. Eadem demonſtratio in quibuſcumque magnitudinibus locum habet.

PRO-

PROPOSITIO XXVI. THEOREMA.

117. *Parallelograma quæcumque* GD, HF (Fig. 60) *ejuſdem altitudinis* HD *ſunt inter ſe, ut baſes* GH, HL; *& ſi æquales, aut eamdem habuerint baſim, erunt inter ſe, ut altitudines.*

Demonſtr. Recta GHL utramque baſim efficiens moveatur inter rectas GQ, LF ſibi ipſi ſemper parallela, quoad in rectam QDF coincidat: hujuſmodi motu utramque parallelogrami aream deſcripſit: cumque eadem ſit utriuſque altitudo HD, totidem lineæ ſingulas areas formabunt, quot ſunt puncta in recta HD, utrinque ſcilicet pares.: ſunt præterea omnes rectæ in GD ſibi mutuo, & baſi æquales: idem de rectis in HF dictum habe: omnes igitur Rectæ in GD, ſeu totum parallelogramum GD, ſunt ad omnes rectas in HF, ſeu ad parallelogramum HF, ut ſingulæ ad ſingulas rectas, ſeu ut baſes ad baſim (*n.* 33). Secunda pars eodem modo demonſtratur. Vera eſt propoſitio, etſi parallelogramum ſit obliquum, ut HS: eſt enim recto HE ejuſdem baſis, & altitudinis æquale (*n.* 108).

COROLLARIUM.

118. Triangula quæcumque ACD, CED (Fig. 51) ejuſdem altitudinis DB, ſunt inter ſe, ut baſes; & ſi habuerint eamdem, aut æquales baſes, erunt inter ſe, ut altitudines.

Demonſtr. Triangula enim ſunt dimidia parallelogramorum earumdem baſium, atque altitudinum (*n.* 109): Si igitur parallelograma, hoc eſt, tota ſunt inter ſe, ut baſes, ſi habeant eamdem altitudinem; & ſunt, ut altitudines, ſi eamdem habeant baſim, eadem quoque erit ratio triangulorum, ſeu medietatum (*n.* 34).

PROPOSITIO XXVII. THEOREMA.

119. *Parallelograma quæcumque habent inter ſe rationem compoſitam ex rationibus baſium, & altitudinum earumdem: idem de triangulis verum eſt.*

Demonſtr. Sint duo parallelograma C A , C B (Fig. 46, 47): area primi eſt factum ex C B altitudine in baſim B A ducta: Similiter ſecundum parallelogramum eſt factum ex altitudine C A in baſim AB ducta (*n.* 111): factum autem ex duobus antecedentibus C A, B A ad factum ex duobus conſequentibus C A , A B rationem habet compoſitam ex eorumdem antecedentium rationibus ad prædicta conſequentia, ut ſuperius (*n.* 116.) demonſtravimus. Eadem veritas ad parallelograma obliqua extenditur, cum quodlibet parallelogramum ſit factum ex altitudine in baſim ducta (*n.* 111).

Secunda pars ex eo demonſtratur, quia triangula cum ſint parallelogramorum eamdem, ac triangula, baſim, & altitudinem habentium dimidia, ac proinde partes ſimiles, eamdem, ac ſua tota, rationem habent (*n.* 34).

PROPOSITIO XXVIII. THEOREMA.

120. *Parallelograma quæcumque* A N, N C (Fig. 46), *quæ habent baſes, & altitudines reciprocas, ſunt æqualia: hoc eſt, ſi baſis* A R *ſit ad baſim* N X, *ut altitudo* N S, *ad altitudinem* RN, *erunt æqualia: & ſi ſint æqualia habent baſes, & altitudines reciprocas.*

Demonſtr. ſupponantur primo parallelograma rectangula, & ita in angulo N aptentur, ut fiat tertium parallelogramum item rectangulum N B ex altitudine unius R N, & baſi alterius N X; modo ſic: Parallelogramum A N eſt ad R X, ut A R ad R B eorum baſes (*n.* 117): rurſus parallelogramum C N eſt ad R X, ut S N ad N R, eorum etiam baſes (*n.* 117); ſed A R eſt ad R B, ſeu N X ſibi æqualem, ut S N ad N R, per hypotheſim: ergo parallelogramum C N eſt ad R X, ut parallelogramum A N ad idem R X (*ax.* 10. *n.* 27.): ergo duo parallelograma A N, N C ſunt æqualia (*n.* 30).

Secunda pars. Quoniam A N, & N C ſunt æqualia per hypotheſim, eamdem rationem habebunt ad tertium parallelogramum R X (*n.* 29): A N autem eſt ad R X, ut baſis A R ad baſim R B, ſeu N X

ſibi

ſibi æqualem (*n.* 117): ſimiliter CN eſt ad RX, ut altitudo SN ad altitudinem NR (*n.* 117): eſt igitur AR ad NX, ut SN, ad NR, baſes ſcilicet reciproce, ut altitudines.

Vera eſt propoſitio de quibuſcumque parallelogramis etiam obliquis, vel ad obliquos, vel ad rectangulos referantur: parallelogramum v. g. obliquum BNFA ejuſdem altitudinis, & baſis, ac parallelogramum rectangulum AN, illique proinde æquale, eamdem habet rationem reciprocam, & æqualitatem ad parallelogramum rectangulum NC, atque parallelogramum AN: ac proinde, ſi RT ſit æquale parallelogramo NC, erunt eorum baſes, & altitudines reciprocæ, & viciſſim: cum ea ſint vera in parallelogramo rectangulo AN, cui & in baſi, & in altitudine, & in area æquale eſt BT.

COROLLARIUM I.

121. Triangula quæcumque æqualia habent baſes, & altitudines reciprocas; & viciſſim ſi habeant baſes, & altitudines reciprocas, erunt æqualia. Quæcumquæ enim triangula ſunt dimidia parallelogramorum, quæ eaſdem, ac triangula ipſa, baſes, & altitudines habeant (*n.* 109): dimidia autem eamdem inter ſe rationem habent, atque ſua tota (*n.* 34): igitur &c.

COROLLARIUM II.

122. Si ſint quatuor lineæ M, N, O, P, (Fig. 61) continue aut non continue proportionales, rectangulum factum ab extremis M, P erit æquale rectangulo facto ex mediis N, O: & viciſſim. In eo ſiquidem caſu ea duo rectangula haberent baſes, & altitudines reciprocas: eſſet enim baſis M ad baſim N, ut altitudo O ad altitudinem P: ergo eſſent æqualia ex modo demonſtratis. Secunda pars in propoſitione fuit demonſtrata.

COROLLARIUM III.

123. Datis tribus lineis M, N, O continue pro-

 por-

portionalibus rectangulum factum ex prima M, & tertia O æquale erit quadrato facto ex ſecunda. Sunt enim parallelograma (*n.* 97), quæ baſes, & altitudines habent reciprocas; cum ſit M, baſis rectanguli, ad N baſim quadrati, ut N quadrati altitudo ad O rectanguli altitudinem, per hypotheſim.

LEMMA.

124. Si rectæ X, Y, Z (Fig. 62.) parallelæ obliquam ANS æqualiter dividunt, æqualiter a ſe diſtant; & ſi æqualiter à ſe diſtant, rectam AS oblique incidentem æqualiter dividunt.

Demonſtr. Ex punctis O, N ducantur OE, NR perpendiculares ad Y, & Z: ſunt æquales anguli OEN, NRS, quia recti: anguli item SNR, NOE (*n.* 85): & tandem anguli RSN, ENO (*n.* 100); latera item ON, NS ſunt æqualia per hypotheſim: ergo triangula OEN, NRS ſunt omnino æqualia (*n.* 103;) & diſtantiæ OE, NR pares.

Secunda pars. Ductis, ut prius perpendicularibus OE, NR, ſunt triangula OEN, NRS æquiangula, ut modo demonſtravimus, & habent prætere a latera OE, NR æqualia per hypotheſim: ergo ſunt æquilatera (*n.* 103); ac proinde æqualia latera ON, NS. Idem ſimiliter de quacumque alia obliqua NVF demonſtrabitur.

PROPOSITIO XXIX. THEOREMA.

125. *In triangulo quocumque* MNP (Fig. 63) *recta* RS, *laterum alteri* NP *parallela*, *alia duo proportionaliter ſecabit*; *&* *ſi ſecet proportionaliter*, *erit ad latus* NP *parallela*.

Demonſtratur. Sit MN in æquales partes v.g. 5 diviſa, & ex diviſionum punctis ducantur per aliud latus MP parallelæ AB, CD, RS, EF; dico; eſſe MR ad RN, ut MS ad SP: ſunt enim MA, AC, CR, RE, EN æquales per conſtructionem: ergo parallelæ AB, CD, RS, &c æquidiſtant (*n.* 124): ergo etiam ſunt æquales MB, BD, DS, &c. (*n.* 124); ac proinde MR eſt ad MN, ut MS ad MP: ſeu MR ad RN, ut MS ad SP.

Se-

Secunda pars. Si D E (Fig. 64) ſecans proportionaliter latera A B; A C, non eſt lateri B C parallela, ſit alia D X ad B C parallela: ergo erit A D ad D B, ut A X ad X C, quod eſt impoſſibile, cum poſitum ſit, eſſe A D ad D B, ut A E ad E C.

COROLLARIUM.

126. Triangula quæcumque æquiangula A B C, abc (Fig. 66) ſunt ſimilia, hoc eſt, habent latera circa æquales angulos, aut æqualibus angulis oppoſita proportionalia. Superimponatur enim triangulum abc triangulo A B C, angulus ſcilicet a angulo A; uterque congruet: deinde cum ſint æquales anguli b, B, c C, per hypotheſim; erunt BC, bc parallelæ (*n.* 86): ergo ab eſt ad A B, ut a c ad AC.

Similiter ſi duo triangula A B C, abc (Fig. 66) habeant angulum unum A angulo uni a æqualem, & latera circa æquales angulo proportionalia, erunt ſimilia. Imponatur triangulum triangulo, ita ut anguli æquales congruant: quoniam eſt a b ad AB, ut a c ad A C per hypotheſim, erunt b c, B C parallelæ (*n.* 125): ergo ſunt æquales anguli c, C: & etiam anguli b, B (*n.* 85), & triangula ſimilia.

PROPOSITIO XXX. THEOREMA.

127. *Si in triangulo rectangulo quocumque* A B C *ex angulo recto* A *ad baſim* B C *ducatur perpendicularis* A D, *duo efficientur triangula* X Z, *& ſibi, & toti* A B C *ſimilia* (Fig. 67).

Demonſtr. V & O ſunt recti, ac proinde æquales angulo A: angulus B & triangulo X, & triangulo B A C eſt communis: ergo quod ſupereſt, anguli Y & C ſunt æquales (*n.* 100): & triangula X, B A C ſimilia; quia æquiangula (*n.* 115). Eadem ratione: V & A ſunt recti; C communis triangulis Z, & C A B: ergo tertius T eſt æqualis tertio B (*n.* 100): & triangula Z, A B C æquiangula, & ſimilia (*n.* 115). Quoniam autem duo triangula X, Z ſunt ſimilia tertio ABC, ſunt inter ſe ſimilia.

COROLLARIUM.

128. In eodem caſu (Fig. 67) perpendicularis A D eſt media proportionalis inter baſis partes B D, D C. Quoniam enim triangula X, & Z ſunt ſimilia, habent latera circa æquales angulos O, V, ſeu æqualibus angulis oppoſita proportionalia: ſunt autem æquales anguli C & Y: B & T: ergo eſt C D oppoſitum angulo T, ad D A, oppoſitum angulo C, ut D A, oppoſitum angulo B, ad D B, oppoſitum angulo Y. Hinc, quæcumque recta A D (Fig. 68) in ſemicirculo cadens ex periphæria perpendiculariter ad diametrum C B erit media proportionalis inter partes C D, D B ipſius diametri. Eſt enim rectus angulus C A B in ſemicirculo (n. 91).

PROPOSITIO XXXI. THEOREMA.

129. *Quæcumque parallelograma ſimilia* A D E B, T I O R (Fig. 79) *habent altitudines* E S, O Q *lateribus homologis, ſeu ſimilibus* B E, R O *v. g. proportionales: hoc eſt*, S E *eſt ad* Q O, *ut* B E *ad* R O.

Demonſtr. Producantur A B, T R, quoad perpendicularibus E S, O Q occurrant: triangula B E S, R O Q ſunt æquiangula: nam anguli Q & S recti, ſunt æquales (n. 61): deinde, quoniam ſumma duorum angulorum O, & E B S æquatur duobus rectis; idemque eſt de ſumma duorum V, & O R Q (n. 82); ſunt ambæ æquales: ablatis igitur utrimque angulis O, & V, æqualibus per hypotheſim; remanent E B S, O R Q æquales (ax. 6. n. 27): duo igitur reliqui B E S, R O Q etiam ſunt æquales (n. 100): ergo eſt S E ad Q O, ut B E ad R O (n. 126).

COROLLARIUM I.

130. Triangula quæcumque ſimilia A B E, T R O (Fig. 79) habent altitudines E S, O Q lateribus homologis B E, R O v. g. proportionales.

Demonſtr. Hujuſmodi triangula ſunt inter ſe, ut parallelograma ſimilia, quæ eamdem, ac triangula ipſa,

ipſa, habent baſim, & altitudinem (*n.* 34), quorum ſunt dimidia (*n.* 109): hoc eſt, triangulum ABE parallelogrami BD altitudinem ES, & baſim AB habens, illiuſque proinde dimidium (*n.* 109), eſt ad triangulum TRO parallelogrami RI baſim TR, & altitudinem OQ habens, ut parallelogramum prius ad ſecundum (*n.* 34), habentque latera homologa altitudinibus proportionalia.

COROLLARIUM II.

131. Parallelograma quæcumque ſimilia BD, RI (Fig. 79) habent rationem duplicatam laterum ſimilium, ſeu homologorum; lateris BE v. g. ad RO.

Demonſtratio. Habent inter ſe rationem compoſitam ex rationibus baſis AB ad Baſim TR, & altitudinis ES ad altitudinem OQ (*n.* 119): cum igitur ratio ES ad OQ ſit eadem, ac ratio BE ad RO, aut ratio baſium AB ad TR (*n.* 129): habent igitur inter ſe rationem compoſitam ex duabus rationibus æqualibus, duorum ſcilicet laterum ad duo latera: ergo habent rationem duplicatam alterutrius, baſis ſcilicet ad baſim, aut lateris ad latus ſimile. Idem in quadratis omnibus verum habet, cum omnia ſint parallelograma ſimilia; in Rectangulis, Rhombis, Romboidibus ſimilibus obtinet. Eadem veritas de triangulis ſimilibus evidenter conſtat; cum ſint directe inter ſe, ut parallelograma ſimilia earumdem baſium, & altitudinum, ut toties jam explicavimus.

PROPOSITIO XXXII. THEOREMA.

132. *Triangula quæcumque* CZE, VMH (Fig. 49. 50.) *in quæ polygona ſimilia dividuntur ſunt ſimilia.*

Demonſtr. Anguli V, & ZCE ſunt æquales per hypotheſim: ſumma igitur angulorum CZE, CEZ par eſt ſummæ angulorum M. H (*n.* 100): quoniam igitur anguli M, H ſunt inter ſe æquales; quia æqualibus lateribus opponuntur (*n.* 102); idemque eſt de angulis CZE, CEZ: anguli CZE, & M, æqualium totorum dimidia, ſunt æquales; & idem

eſt de angulis CEZ, & H: ergo triangula ſunt æquiangula, ac proinde ſimilia (*n.* 126).

In figuris etiam irregularibus ſimilibus BD, RI (Fig. 79) eadem veritas oſtenditur. In triangulis AEB, TOR ſunt æquales anguli O, V, per hypotheſim: ſunt præterea latera circa eos angulos proportionalia AB ad BE, ut TR ad RO, iterum per hypotheſim: ergo triangula ſunt ſimilia (*n.* 126). Idem pariter de aliis earum figurarum triangulis demonſtratur.

COROLLARIUM I.

133. Polygonorum regularium ejuſdem ſpeciei, & univerſim polygonorum quorumcumque ſimilium ambitus, ſeu perimetri ſunt inter ſe, ut ſingula latera homologa. Idem eſt de ſimilibus quibuſcumque triangulis, parellolagramis, rectangulis, & de omnibus quadratis: hoc eſt: ambitus MHBSSLQ eſt ad ambitum ZEXART, ut HB ad EX v. g. (Fig. 49. 50).

Demonſtr. Singula enim latera HB v. g. ad ſingula homologa, & ſibi reſpondentia EX eamdem habent rationem, ex hypotheſi: ergo omnia ſimul latera, hoc eſt ambitus ad ambitum eamdem habent rationem, ac ſingula ad ſingula (*n.* 33).

COROLLARIUM II.

134. Quæcumque polygona regularia ejuſdem ſpeciei DQ (Fig. 57): & univerſim quæcumque figuræ planæ ſimiles, triangula, parallelograma, omnia quadrata, & ſic de cæteris habent inter ſe rationem duplicatam laterum homologorum; aut perimetrorum: ſeu, quod idem eſt, ſunt inter ſe, ut quadrata laterum homologorum, vel ut quadrata perimetrorum.

Demonſtr. Figuræ omnes, de quibus loquimur, vel ſunt triangula ſimilia; vel cum ſimiles ſint, in æqualem triangulorum numerum dividuntur; v. g. ſimilia parallelograma BD, RI (Fig. 79.), vel ſimilia pentagona C, V (Fig. 49. 50): triangula autem ſimilia habent inter ſe rationem duplicatam laterum

terum homologorum (*n.* 131): eamdem igitur rationem inter ſe habent figuræ ſimiles, ſeu tota, quorum triangula ſimilia ſunt partes ſimiles (*n.* 34). Cumque eadem ſit laterum ſimilium, ac perimetrorum ratio: idemque etiam ſit habere rationem duplicatam laterum, ac eſſe, ut quadrata eorumdem laterum (*n.* 25): manifeſte conſtat, figuras ſimiles eſſe inter ſe in ratione duplicata laterum ſimilium, ſeu perimetrorum; ſeu eſſe inter ſe, ut laterum ſimilium, ſeu perimetrorum quadrata.

COROLLARIUM III.

135. Figuræ regulares ejuſdem ſpeciei v. g. duo pentagona (figuræ 5 laterum) D, Q (Fig. 57) habent inter ſe rationem duplicatam radiorum circulorum, in quibus inſcribuntur; vel ſunt, ut eorum radiorum quadrata. Cum enim triangula DSP, AQB, in quæ æquali numero dividuntur, ſint ſimilia (*n.* 132): ſunt latera SP, AB, ut latera, ſeu radii DS, QA (*n.* 115): polygona autem ſunt, ut quadrata laterum SP, AB (*n.* 134.) ergo etiam ſunt, ut quadrata radiorum DS, QA.

COROLLARIUM IV.

136. Circulorum peripheriæ ſunt inter ſe, ut radii, ſeu diametri: circuli vero ipſi ſunt inter ſe, ut quadrata radiorum, ſeu diametrorum. Circuli enim ſunt infinitorum laterum polygona ſimilia (*n.* 113): eorum igitur ambitus, ſeu peripheriæ ſunt inter ſe, ut latera homologa, ſeu ſimilia triangulorum (Fig. 57.) in quæ reſolvuntur, hoc eſt, ut latera, ſeu radii DS, QA: eadem autem eſt radiorum, ac diametrorum ratio: cum dimidia ſint inter ſe, ut tota: ſunt igitur periphæriæ ut radii, vel diametri.

Ex eadem ratione, ſunt inter ſe circuli, ut polygona duo ſimilia D, Q (Fig. 57), quæ tandem in ipſos circulos deſinunt (*n.* 113): at hujuſmodi polygona ſunt ſemper inter ſe, ut quadrata radiorum DS, QA (*n.* 135): eamdem igitur rationem habent circuli; ſuntque proinde in ratione duplicata radiorum, ſeu diametrorum.

SCHO-

SCHOLION.

137. Ut igitur innoteſcat, quam inter ſe rationem habeant duæ figuræ ſimiles D, Q v.g. (Fig. 57) duo earum homologa, aut ſimilia latera emetire S P v.g. & A B: quærantur eorum laterum quadrata, quæ eamdem, ac figuræ rationem habebunt. Sit v.g. S P, 6 pedes, A B, 3: Singuli hice numeri 6, 3 in ſe ipſos ſeorſim ducti efficiunt producta, 36, 9, quadrata: ratio igitur figuræ D ad figuram Q eſt, ut 36 ad 9. Hoc pacto Circulorum omnium; & quarumcumque figurarum ſimilium proportionem dignoſces. Quod ſi non ſolum latera ſimilia, ſed præterea figurarum ulterius aream notam habeas, ignotæ figuræ non tantum proportionem, ſed juſtam etiam menſuram, & magnitudinem dignoſces. Vide problemata aliqua curioſa huc ſpectantia in appendice ſecunda reſoluta.

SECTIO, ATQUE COMPARATIO PLANORUM INTER SE.

138. Multoties in Phyſica planorum mentio occurrit, præcipue vero in *Sphæra*, in *Geographia phyſica*, in *Optica*, *Catoptrica*, *Dioptrica*, ubi de ſpeculis, & quibuſcumque corporum reflexionibus, ac refractionibus agimus, & in quamplurimis aliis phyſicæ, experimentalis tractatibus: ne igitur Philoſopho, cum ad illa loca devenerit, aqua hæreat, ſequentia, quæ neceſſaria exiſtimavi, ex Geometria ſubjungamus.

DEFINITIO.

139. Quid nomine *plani* intelligatur, numero 50 definivimus. *Linea perpendicularis ad planum eſt* illa C B, (Fig. 80) quæ ita cadit in planum EFDG, ut ſit perpendicularis ad omnes rectas F G, H I, E D in illo plano per punctum C ductas, in quod cadit perpendicularis. Ut igitur recta aliqua ſit perpendicularis ad planum, ſatis non eſt, quod ad unam tantum rectam per C in plano ductam ſit perpendicularis: aliter linea quæcunque O S (Fig. 82) in planum incidens, eſſet perpendicularis; cum ad aliquam rectam N Z perpendicularis exiſtat.

ſtat. Omnes aliæ rectæ *v.* g. B F aut N C ſunt, & dicuntur ad planum *obliquæ* : neque enim B F eſt perpendicularis ad F G per punctum F tranſeuntem.

DEFINITIO.

140. *Inclinatio* unius rectæ B F ad planum E F D G eſt angulus B F C formatus ab ipſa recta B F, & alia F C, quæ in plano a puncto F ducitur per punctum C, in quod cadit perpendicularis BC (Fig.80). Hic eſt angulus minimus omnium, quos recta obliqua BF efficiat cum quacumque recta, quæ in prædicto plano per punctum F ducatur, ut facile demonſtrari poſſet.

DEFINITIO.

141. Planum ſi ad aliud planum referatur, vel eſt *perpendiculare*, vel *obliquum*, vel *parallelum*. Planum E F (Fig. 81.) eſt ad aliud planum B D perpendiculare, cum neque ad partem C D, neque ad oppoſitam A B inclinat, ita ut ſint recti anguli RML, LMS facti a rectis R S, L M, quæ in utroque plano ducuntur ad communem ſectionem H G perpendiculares. *Plana obliqua* ſunt F Z, X A (Fig. 82.) quorum unum ita in aliud cadit, ut angulum ex una parte efficiat O S R minorem, quam oppoſitus ab eadem O S, & R S continuata efformatus; ſeu cum planum F Z magis in unam, quam in aliam partem inclinat.

DEFINITIO.

142. *Planorum inclinatio* eſt angulus OSR, (Fig.82.) quem efficiunt rectæ OS, SR in utroque plano ad idem communis ſectionis punctum S ductæ, atque ad ſectionem ipſam perpendiculares. Communis autem ſectionis nomine manifeſtum eſt, illam rectam N Z intelligi, quæ in utroque plano exiſtit. *Plana ſimiliter inclinata* ſunt illa, in quibus inclinationum anguli ſunt ſimiles, ſeu æquales. *Plana* tandem parallela A B, C D (Fig. 84) ſunt illa, quæ, etſi in infinitum producantur, eamdem ſemper inter ſe habent

bent

bent diſtantiam. Hæc autem in planis, ſicut & in lineis rectis parallelis, eſt recta ad utrumque planum perpendicularis.

Omnia hæc, & alia modo dicenda ſcire, & intelligere in ſequentibus juvabit.

PROPOSITIO XXXIII. THEOREMA.

143. *Communis duorum, aut plurium planorum Sectio eſt linea recta.*

Propoſitio eſt per ſe evidens: ſint duo plana FH, IL (Fig. 83.) ſe ſe ſecantia, communis eorum ſectio, niſi eſſet recta NO, eſſet curva aliqua NRO, NSO: jam vero communis ſectio debet eſſe in utroque plano: licet autem in uno plano IL duci poſſint quamplurimæ curvæ, v. g. NSO, impoſſibile tamen eſt, aliud planum FH per omnia puncta ejus curvæ tranſire, quin incurvetur, & deſinat eſſe planum, contra hypotheſim.

Porro non ſolum duo, ſed infinita plana eandem communem ſectionem habere poſſunt; eo pacto axis Mundi eſt communis omnium meridianorum ſectio.

PROPOSITIO XXXIV. THEOREMA.

144. *Si duæ rectæ* LM, IK (Fig. 81) *ſunt perpendiculares ad planum aliquod* BD, *erunt inter ſe parallelæ.*

Demonſtratur: Per puncta MK in plano BD ducatur recta HG; erunt anguli LMG, IKG æquales, quia recti per hypotheſim; ergo rectæ LM, IK ſunt parallelæ (*n. 86*).

PROPOSITIO XXXV. THEOREMA.

145. *Si duæ rectæ* LM, IK *ſunt inter ſe parallelæ, & earum una* LM *eſt ad planum* BD *perpendicularis, etiam altera* IK *erit ad idem planum perpendicularis* (Fig. 81).

Eſt per ſe evidens: ſi enim LM nullam habet inclinationem ad partem aliquam plani; ejuſmodi erit quæcumque alia ſibi parallela: aliter deſtrueretur paralleliſmus.

PROPOSITIO XXXVI. THEOREMA.

146. *Ab eodem puncto* C *unius plani unica tantummodo* C B *ad idem planum perpendicularis excitari poteſt.*

Demonſtratur; ſi negas; erigantur duæ CB, CN: erunt ergo inter ſe parallelæ (*n.* 144): quod eſt impoſſibile (Fig. 80).

PROPOSITIO XXXVII. THEOREMA.

147. *Ex quocumque puncto* B *extra planum unica tantum recta duci poteſt ad planum perpendicularis.*

Demonſtratur; Si plures duci poſſunt; ſint illæ B C, B F ad planum E F G perpendiculares: ſunt ergo parallelæ (*n.* 144): quod eſt iterum impoſſibile.

Hinc demonſtrabimus in Geographia, unicam eſſe lineam directionis corporum gravium, quæ ſcilicet eſt perpendicularis ad horizontis planum; eaque omnia in Telluris centrum tendere.

PROPOSITIO XXXVIII. THEOREMA.

148. *Si recta* B C *ita incidat in planum* E F D G, *ut ſit perpendicularis ad duas rectas* F G, E D *in eo plano per punctum* C *ductas; erit etiam ad omnes alias rectas* H I *in eodem plano ductas, & per* C *tranſeuntes, & conſequenter ad planum ipſum perpendicularis.*

Demonſtratur. Propoſitio facile patet: aſſumantur C G, C D, C E, C F (Fig. 80) æquales: Si C B non eſt perpendicularis magis inclinat v. g. verſus H, quam verſus I: punctum igitur B minus diſtat ab H, quam ab I: minus ergo etiam diſtat ab E F verſus H exiſtentibus, quam ab G D, quæ verſus I ſita ſunt, quod eſt impoſſibile; cum quodlibet punctum B perpendicularis B C æqualiter diſtet ab extremis perpendicularium æqualium, quas per medium ſecat.

PROPOSITIO XXXIX. THEOREMA.

149. *Si recta aliqua* H E (Fig. 84) *fuerit ad duo, aut plura plana* B A, C D *perpendicularis; hæc omnia plana erunt inter ſe parallela.*

De-

Demonſtratur. Si negas plana B A, C D eſſe parallela; ergo producta ulterius, tandem aliquando concurrent in aliquo puncto O: a puncto O ad puncta H E ducantur rectæ O H, O E: quoniam H E eſt ad has rectas perpendicularis (per hypotheſim) erunt illæ etiam ad H E perpendiculares (*n. 66*): ergo ſunt parallelæ (*n. 86*): quod eſt impoſſibile: cum in puncto O concurrant.

Similiter demonſtrabitur converſa, quod ſcilicet, ſi plana fuerint parallela, communes habebunt perpendiculares.

150. Quod autem dicimus de recta perpendiculari ad duo, aut plura plana, vel etiam é converſo; de plano etiam G H E F ad duo, aut plura plana A B, C D perpendiculari pariter demonſtratur, quod nimirum duo plana A B, C D, ad quæ ductum aliud planum ſit perpendiculare, parallela exiſtant, & é converſo.

Et hinc in Sphera demonſtratur, axem mundanum Æquatori perpendicularem, ad quatuor minorum circulorum plana, & ad diurnas Solis revolutiones eſſe pariter perpendicularem, & é converſo: Rurſus meridianum quemcumque non ſolum ad æquatorem, verum etiam ad omnium parallelorum plana eſſe perpendicularem, & viciſſim.

PROPOSITIO XL. THEOREMA.

151. *Si recta aliqua* N O (Fig. 83) *ſit ad planum* B D *perpendicularis, omnia plana* I L, H F *per eandem rectam ducta, ſunt ad idem planum* B D *perpendicularia.*

Propoſitio ex terminis ipſis eſt manifeſta: nequit enim intelligi, quo pacto recta N O perpendicularis ad planum B D, tota jaceat in plano I L, & tamen ipſum planum I L verſus aliquam partem inclinet, & ad planum B D non ſit perpendiculare; etenim ſi planum I L per rectam N O tranſiens, non eſt ad B D perpendiculare; eſſet obliquum: in plano autem obliquo N O (Fig. 82) nulla poteſt eſſe recta perpendicularis ad planum X A.

ELE-

ELEMENTUM QUARTUM

De Superficie, profunditate, proportione, & menſura Corporum.

DEFINITIO.

152. *Corpus* eſt quantitas trium menſurarum, ſeu magnitudo continua in longum, latum, & profundum: illius terminus eſt una, aut plures Superficies. Angulus *ſolidus* (Fig. 85) eſt M v. g. quem anguli plani (plures, quam duo) N M L, L M O O M N in diverſis planis exiſtentes in idem punctum, ſeu communem verticem M deſinentes efficiunt. Si anguli plani numero, & apertura æquales duos angulos ſolidos formaverint, erunt ſolidi anguli æquales. Angulus ſolidus *rectus* D v. g. (Fig. 91) eſt quem tres anguli plani recti efficiunt.

DEFINITIO.

153. *Corpora regularia* ea ſunt, quæ planis regularibus, & inter ſe æqualibus, & quorum omnes anguli ſunt recti, terminantur, v. g. Corpus D G A (Fig. 90). *Corpora ſimilia* ſunt, quæ æquali numero planorum, ſeu laterum ſimilium comprehenduntur. Unde omnia corpora regularia ejuſdem ſpeciei ſunt inter ſe ſimilia, puta duo Cubi, Spheræ &c. *Latera homologa* ſunt plana, ſeu latera ſimilia Corporum ſimilium.

DEFINITIO.

154. *Pyramis* eſt corpus ſolidum A A A L (Fig. 86.) tribus, aut pluribus triangulis planis comprehenſum, quæ ex omnibus lateribus ejuſdem plani Z naſcentia in idem punctum L terminantur, quod *vertex* dicitur. Hujuſmodi plana pyramidum *latera* nuncupantur. *Baſis* eſt planum Z, ſeu A A A, ex quo latera naſcuntur: multiplicis figuræ eſſe poteſt. *Axis* eſt recta L Z é vertice ad centrum baſis ducta. *Altitudo* eſt recta L Z á vertice L ad baſis planum perpendiculariter ducta: ea ſit aliquando extra baſim. Pyramis *Obliqua* A A A N, quæ axem habet obliquum:

Trian-

Triangularis. quæ baſim habet triangularem: *Quadrata*, aut *polygona*, quæ quadratam, aut polygonam habet baſim: *Recta* eſt, cujus axis LZ eſt ad baſim perpendicularis.

DEFINITIO.

155. *Conus*, ſeu *pyramis Conica* eſt corpus LRA (Fig. 93), quæ circulo B, ut baſi, & ſuperficie curva é baſis periphæria naſcente, & ſenſim contracta, quoad in punctum A terminetur, & deſinat, comprehenditur. Latera ſunt rectæ AL, AR á vertice ad baſis periphæriam ductæ. Axis eſt recta AB á vertice A ad baſis centrum ducta: Pyramides conicæ aliæ ſunt rectæ, ut BA (Fig. 93), aliæ obliquæ ſeu Scalenæ LRA (Fig. 94), ut de aliis modo diximus.

HYPOTHESIS.

156. Si planum Z, aut B (Fig. 86, 93.) triangulare, vel circulare, aut cujuſcumque alterius figuræ ſurſum elevetur ſibi ipſi ſemper parallelum, & ea ratione decreſcens, qua aſcendit, quoad in punctum aliquod L, aut A (Fig. 93) deſinat, pyramidem efficit, aut pyramidem conicam deſcribit. Si igitur quæcumque pyramis ZL, aut BA ſecetur plano O, aut N ad baſim parallelo, hujuſmodi ſectio erit planum baſi prorſus ſimile, immo erit eadem baſis diminuta.

DEFINITIO.

157. *Pryſma* eſt ſolidum BI (Fig. 96) planis comprehenſum, quorum duo oppoſita BDK, MDI ſunt æqualia, parallela, & ſimilia; reliqua omnia ſunt parallelograma. Alia pryſmata ſunt triangularia, ut ſupra dictum, in quibus oppoſita plana ſunt triangularia, alia quadrata, ut Fig. 91; polygona, ut Fig. 98. 99.

DEFINITIO.

158. *Parallelepipedum* eſt ſolidum XZ v. g. (Fig. 96) 6 planis parallelogramis comprehenſum; quorum

rum oppoſita v.g. X, & Z ſunt ſimilia, æqualia, & parallela. Unde omne parallelepipedum eſt priſma, non autem e converſo. *Cubus* eſt ſolidum C A E G (Fig. 90) quod 6 planis quadratis, æqualibus, & quorum ſingula oppoſita ſint parallela, comprehenditur. Omnis igitur cubus eſt parallelepipedum, & pryſma, ſed non viciſſim.

HYPOTHESIS.

159. Si planum quodcumque M D I (Fig. 96) ſurſum elevetur, ſibi ipſi ſemper parallelum, & inter eadem plana, aut rectas M B, I K, D D, uſque ad datam altitudinem, pryſmatis profunditatem gignit, & deſcribit. Unde nihil aliud eſt pryſma, quam totidem ſimilia plana D D D D ſibi gradatim impoſita, & parallela, quot fuerint puncta in altitudine B M, per cujus puncta ſingula tranſeunt ſingula plana. Si igitur pryſma ſecetur plano ad baſim M D I parallelo, hujuſmodi ſectio erit idem baſeos planum.

DEFINITIO.

160. *Cylindrus* eſt ſolidum N B C D (Fig. 95.) á duobus circulis E, A oppoſitis, æqualibus, & parallelis, (qui dicuntur baſes), & ſuperficie curva in circulorum periphæriis terminata comprehenſum. Axis Cylindri eſt recta A E, quæ baſium centra connectit. Latera ſunt rectæ N C, B D v. g. á periphæria ad periphæriam ductæ. Alii ſunt Cylindri recti, quorum axes ſunt ad baſim perpendiculares: alii obliqui, ut F M C D, quorum axes O E ſunt ad baſim obliqui. Circulus C D aſcendens ſibi ſemper parallelus generat Cylindrum.

DEFINITIO.

161. *Polyedrum* eſt corpus pluribus planis ſuperficiebus comprehenſum. Præcipua ſunt *Tetraedrum*, quod 4 triangula plana rectilinea, regularia, & æqualia circumſcribunt. *Octaedrum* Octo; *Icoſaedrum* vigirti triangula plana comprehendunt (Fig. 103.).

Dodecaedrum duodecim pentagona æqualia, & regularia complectuntur (Fig. 102). Hujuſmodi figurarum centrum eſt punctum Q v. g. (Fig. 101), ex quo omnes rectæ QB, QA ad figuræ angulos ductæ ſunt æquales.

DEFINITIO.

162. *Sphæra* eſt corpus unica ſuperficie contentum (Fig. 97), ex cujus ſingulis punctis ad datum intra Sphæram punctum A, quod centrum dicimus, ductæ rectæ ſunt æquales. Hemiſphærium eſt dimidium ſphæræ á plano per ejus centrum tranſeunte diviſum. Solida ſimilia ſunt, quæ æquali numero planorum, ſeu laterum ſimilium comprehenduntur. Tandem Cylindri, vel pyramides conicæ ſimiles ſunt illæ, quarum axes, & baſium diametri ſunt proportionales, v. g. ſi ſit CD ad cd (Fig. 95), ut EA ad ea erunt ejuſmodi Cylindri, aut conicæ pyramides ſimiles.

PROPOSITIO XLI. THEOREMA.

163. *Pryſma quodcumque eſt factum ex baſi in altitudinem ducta.*

Demonſtr. Totidem in pryſmate BI (Fig. 96.) ſunt plana D, quot fuerint puncta in perpendiculari MB, altitudinem deſignante (n. 159): ergo factum ex ipſa altitudine in planum D, ſeu baſim eſt pryſmatis maſſa.

Demonſtratio ex ipſa figuræ geneſi deſcendit, ut in ſimili parallelogramorum aream, & dimenſiones ſuperius deduximus. Concipe planum RR quadratum, & in ſexdecim pedes quadratos diviſum, (Fig. 92) deſcendere ſibi ipſi ſemper parallelum per altitudinem RS, quatuor etiam pedum, & inter latera, ſeu plana RS, RS ad horizontem parallela: Singuli pedes quadrati in ſuperiori plano diviſi, hujuſmodi motu totidem columnas quadratas ſolidas deſcribent, in quarum ſingulis tot erunt pedes cubici, ſeu ſolidi quot in altitudine RS ſunt pedes lineares: numerus igitur 4 (hoc eſt, altitudo RS) ductus in 16

(hoc

(hoc eſt, in planum baſis R R), dat integram ſolidi maſſam. Propoſitio comprehendit non ſolum pryſmata, ſed parallelepipeda, & cubos.

PROPOSITIO XLII. THEOREMA.

164. *Duo pryſmata* B, Z (Fig. 99) *æqualium baſium ſunt inter ſe, ut altitudines: & ſi habuerint æquales altitudines, erunt inter ſe, ut baſes: quod ſi & baſes, & altitudines habuerint æquales, erunt omnino æqualia.*

Demonſtratur ex lemmate *n.* 116: duo enim facta ex duobus numeris, ſeu quantitatibus inæqualibus per eumdem multiplicatis ſunt inter ſe, ut quantitates inæquales (*n.* 116.): cum igitur pryſmata ſint facta ex baſi in altitudinem ducta, (*n.* 163.) ſi baſes fuerint æquales, erunt pryſmata, ut altitudines; & ſi altitudines ſint æquales, erunt pryſmata, ut baſes &c. Æqualia igitur ſunt pryſmata A H, rectum, & O V obliquum (Fig. 91), cum eamdem habeant & baſim, & altitudinem.

Alio modo ex figurarum geneſi propoſitionem demonſtrare poſſumus. Duo pryſmata X Z, X Z rectum, & obliquum, quæ communem habent baſim X, generantur ab ipſa baſi ſeſe elevante, ſibi ipſi ſemper parallela, motuque ſuo ſolidæ figuræ maſſam deſcribente. Si ergo ponas pryſmatum altitudines O D, V V æquales; tot numero baſes, ſeu æqualia plana in uno, quot in alio pryſmate concipies, ſuntque proinde eadem maſſa. Si baſis eadem, ſeu æqualis; altitudinem autem V V (Fig. 91) majorem ſtatuas, quam O D; eo plura æqualia plana in obliquo, quam in recto concipienda ſunt, quo plura in V V, quam in O D fuerint puncta, ut eſt ex ſe evidens: Similiter ſi ponas altitudines æquales, ſed baſim unam alterius duplam v. g., unum etiam pryſma erit alterius duplum, quia ab æquali numero duplorum planorum componitur.

SCHOLION.

165. Ut corporum maſſam dignoſcamus, duplici ſaltem multiplicatione opus eſt: primo enim, ut

baſis X (Fig. 91.) aream habeamus, ipſius plani baſim AB in altitudinem ducimus, ut ſupra explicavimus: poſtea vero ejuſmodi factum, ſeu baſis per ſolidi altitudinem OD v. g. multiplicatur, ut totam pryſmatis maſſam eliciamus. Sit AB v. g. 4 palmorum; AO 3: 3, & 4 in ſe ipſos ducti efficiunt 12, planum baſis: Sit OD 5: 5 per 12 multiplicatus efficit 60; & totidem palmi cubici ſunt in ſolido XZ. Quod ſi baſes ſint triangulares, modo ſuperius (n. 111) expoſito ſunt menſurandæ; ſi fuerint polygonæ, in triangula dividantur, ut eorum area menſuretur. Pro communi ſolidorum menſura cubum adhibemus, eadem de cauſa, qua ad ſuperficies dimetiendum quadrato utimur; propterea quod ſunt, ille inter ſolidas, iſtud inter planas figuras, ſimpliciſſimæ menſuræ, angulos omnes habeant rectos, & latera omnia æqualia.

Solidorum menſuram ex Fig. 92. melius capies: baſis enim SS, plano RR æqualis, in ſexdecim palmos quadratos diviſa, elevatur ſibi ſemper parallela, quoad, retentis ubique diviſionibus, cum RR confundatur: hujuſmodi motu ſolidum deſcripſit, in quo, ut vides, ſunt 16 Columnæ quadratæ, & in earum ſingulis quatuor palmi cubici: ſolidum igitur eſt factum ex 4 in 16, hoc eſt, ex altitudine in baſim ducta.

PROPOSITIO XLIII. THEOREMA.

166. *Pryſmata quæcumque habent inter ſe rationem compoſitam ex tribus rationibus, altitudinis ad altitudinem, latitudinis ad latitudinem, longitudinis ad longitudinem.*

Demonſtr. Pryſma GA (Fig. 90.) eſt factum ex triplici magnitudine, longitudine ſcilicet GF, latitudine GH, & altitudine GC in ſe ipſas ductis (n. 163): ſimiliter pryſma XZ (Fig. 91): at duo facta habent inter ſe rationem compoſitam ex rationibus quantitatum producentium, ſeu antecedentium ad conſequentia (n. 115): ergo &c.

CO-

COROLLARIUM.

167. Pryſmata ſimilia, puta MK, BAC DXF (Fig. 96.) habent inter ſe rationem triplicatam ſingularum rationum, ex quibus componuntur, v. g. altitudinis ad altitudinem, longitudinis ad longitudinem, latitudinis ad latitudinem.

Demonſtr. Pryſmata rationem inter ſe habent compoſitam ex tribus aſſignatis rationibus (*n.* 166): quæ omnes ſunt æquales, aut eædem; cum & ſolida, & plana quibus terminantur ſint ſimilia (*n.* 153): ergo habent inter ſe rationem triplicatam cujuslibet prædictarum rationum. Sunt igitur inter ſe, ut cubi ſuorum laterum homologorum, v. g. laterum IK, BA: nam cubus dimenſionis IK ad cubum dimenſionis BA habet rationem triplicatam lateris IK ad latus BA; cum & ipſe ſit pryſma (*n.* 158): ergo pryſmata ſunt inter ſe, ut laterum homologorum cubi.

SCHOLION.

168. Cuborum proportio elicitur, ſi duo latera eorum homologa per ſe ipſa ſeorſim multiplicentur cubice; duo enim nova producta, ſeu cubi numerici, habebunt inter ſe eamdem rationem, atque cubi: ſit v. g. longitudo GF 4 pedes: longitudo AB tres (Fig. 90, 91): 4 in ſe ſemel ductus efficit, 16; iterum ductus in, 16, efficit, 64; 3 in ſe ſemel ductus efficit, 9; iterum ductus in, 9, dat, 27: Cubi igitur GA, AH ſunt inter ſe, ut 64 ad 27. Eodem modo invenitur ratio inter pryſmata quæcumque, aut parallelipipeda ſimilia, ſi latera eorum ſimilia, longitudines v. g. cubice multiplicentur.

Hoc pacto ratio inter duo pryſmata elicitur; vera tamen eorum magnitudo non ſemper dignoſcitur, niſi etiam ſint cubi. Habent enim altitudines latitudinibus v. g. proportionales, ſed plerumque inæquales: quo poſito trina cujuslibet dimenſio dignoſci debet, & in ſe viciſſim duci, ut corporis maſſa eliciatur.

PROPOSITIO XLIV. THEOREMA.

169. *Superficies pryſmatum, & Cuborum &c. Similium ſunt inter ſe in ratione duplicata ſuarum dimenſionum ſimilium; v.g. altitudinis ad altitudinem; longitudinis ad longitudinem; vel latitudinis ad latitudinem.*

Demonſtr. Singula plana pryſmatis G A (Fig. 90. 91.) ſunt per hypotheſim ſimilia ſingulis planis alterius pryſmatis X Z (*n.* 153): Singula igitur unius plana ad ſingula ſibi reſpondentia in altero pryſmate eamdem habent rationem laterum, duplicatam ſcilicet laterum homologorum, puta G F ad A B: omnia igitur unius plana ſimul ſumpta ad omnia plana alterius etiam ſimul ſumpta, hoc eſt, integra unius ſuperficies ad integram ſuperficiem alterius habet rationem duplicatam ſuarum dimenſionum ſimilium v. g. longitudinis G F ad longitudinem A B: hæc enim eſt planarum ſuperficierum ſimilium proportio.

Pryſmatum igitur ſimilium ſuperficies ſunt inter ſe, ut quadrata longitudinum, ſeu laterum homologorum: maſſæ autem, ut eorumdem laterum cubi: ſit G F 5 pedes, A B 3; erunt eorum pryſmatum ſuperficies, ut 25 ad 9: hæc enim ſunt numerorum, 5, 3 quadrata: maſſæ autem erunt, ut 125 ad 27: hæc enim ſunt eorumdemmet numerorum 5, 3 cubi. Unde perſpicue viſitur, multo majorem eſſe maſſarum, quam ſuperficierum in iiſdem figuris rationem: cum longe major ſit ratio 125 ad 27 (cuborum) quam 25 ad 9 (quadratorum). Idem in cubis, & Parallelepipedis verum eſt.

PROPOSITIO XLV. THEOREMA.

170. *Cylindrus quicumque* CD AB (Fig. 95) *eſt pryſma infinitorum laterum.*

Demonſtr. Polygonum v. g. X, baſis pryſmatis (Fig. 98.) repetita laterum multiplicatione, & diminutione in circulum, ſeu polygonum infinitorum, & minimorum laterum degenerat (*n.* 113): quare circulus CD, baſis cylindri, eſt polygonum, & ba-

& baſis pryſmatis infinitorum laterum: cum igitur ejuſmodi circulus, ſeu polygonum aſcendens ſibi ſemper parallelus cylindrum deſcribit, deſcribit & cylindrum, & pryſma infinitorum laterum: ſingula enim minima latera polygoni, ſeu circuli, minima latera pryſmatis aſcendendo deſcribunt.

COROLLARIUM.

171. De Cylindro igitur vera ſunt ea omnia, quæ de pryſmate modo demonſtravimus, ſcilicet: 1°. Cylindrus eſt factum ex baſi in altitudinem ducta: 2°. rationem inter ſe habent compoſitam ex rationibus baſium, & altitudinum: 3°. Cylindrorum ſimilium ſuperficies ſunt, ut quadrata altitudinum, ſeu baſium diametrorum, aut perimetrorum: 4°. Maſſæ autem Cylindrorum ſimilium ſunt inter ſe, ut cubi ſimilium dimenſionum; hoc eſt, altitudinum v.g. vel baſium perimetrorum. Omnia enim de pryſmatis modo demonſtravimus (*n.* 167, 169 &c.); cum igitur etiam Cylindri ſint pryſmata (*n.* 170), etiam in iis obtinent.

PROPOSITIO XLVI. THEOREMA.

172. *Pyramides triangulares quæcumque* A O, B O *æque altæ* (Fig. 87.) *ſunt inter ſe, ut earum baſes* A, B.

Demonſtr. Quoniam prædictæ pyramides habent ex hypotheſi eamdem altitudinem etiam habebunt æqualem numerum planorum N N, M M, baſibus reſpondentibus A, B ſimilium (*n.* 155); quæ quidem plana á baſibus ad apices uſque pyramidum aſcendendo, proportionaliter in utroque decreſcunt: eſtque N R S, ad M T V in eadem altitudine, ut baſis A ad baſim B: omnia igitur plana pyramidem A O conſtituentia, ſunt ad totidem ſibi reſpondentia plana in B O, hoc eſt, pyramis A O eſt ad pyramidem B O, ut baſis A ad baſim B.

PROPOSITIO XLVII. THEOREMA.

173. *Quæcumque pyramis triangularis* B C A G v. g. (Fig. 89.) *eſt tertia pars pryſmatis æqualem baſim, & altitudinem habentis, atque habet pyramis.*

Demonſtr. Ductis rectis diagonalibus BF, FA, AO, dividuntur per medium plana BCFO, CFAE, BAEO, pryſmatis latera; ſecanturque tres pyramides BACF, OEFA, OFBA: earum autem ſingulæ pyramidi BCAG, eamdem, ac pryſma, altitudinem, & baſim habenti, ſunt æquales, cum parem & ipſæ altitudinem, & baſim habeant: nam BAC & pryſmatis, & pyramidis BACF baſis eſt; CF autem communis utriuſque altitudo: OEFA baſim habet OEF æqualem baſi BAC (*n.* 157.); & altitudinem EA altitudini CF etiam æqualem. Deinde OFBA par eſt pyramidi BACF; ſi enim huic baſim ſtatuamus BFC, erit BA communis utriuſque altitudo; baſes autem BFO, BFC æquales (*n.* 105): ſingulæ igitur æqualem, ac pryſma, ſeu pyramis BCAG, baſim, & altitudinem habent: integrum igitur pryſma 3 pyramides pyramidi BCAG æquales continet: eſtque proinde unius triplum.

Quoniam hæc demonſtratio aliquam tyronibus confuſionem parit; ita alio modo propoſitionem demonſtrabis. Sit ADHC cubus (Fig. 91.), punctum K ſit ipſius centrum. Si ad hoc punctum K ex angulis AOEB rectas ducamus, fiet pyramis AOEBK, cujus apex eſt K, baſis planum AOEB cubi, altitudo autem eſt dimidia cubi altitudo. Manifeſtum vero eſt, in cubo tot conſiderari poſſe hujuſmodi pyramides, quot ſunt plana, ſeu latera cubi, eaſque omnes habere æquales baſes (nempe æqualia cubi latera), verticem communem in K & æqualem etiam altitudinem KX, cubi dimidiam. Facile enim lateri DC ſecundam pyramidem reſpondere, & ex ſingulis aliis lateribus ſingulas naſci concipies. Sunt igitur omnes illæ pyramides æquales; (*n.* 172); cum habeant æquales baſes, & altitudinem eandem: Cubus igitur quicumque componitur ex 6 pyramidibus æqualibus ejuſdem baſis, & dimidiæ altitudinis cubi: dimidius igitur cubus componitur ex tribus pyramidibus æqualibus ejuſdem baſis, & altitudinis: dimidius autem cubus eſt pryſma (ſi nimirum ſecetur per K plano baſi X parallelo): pyramis igitur eſt tertia pars pryſmatis recti

can-

eandem baſim, & altitudinem habentis; cum autem pryſmata recta obliquis ſint æqualia (ſicut etiam pyramides) dummodo æquales habeant baſes, & altitudines; theorema ad omnes pyramides, & pryſmata recta, & obliqua extenditur.

PROPOSITIO XLVIII. THEOREMA.

174. *Pyramis quæcumque polygona* (Fig. 88, 98.) *eſt tertia pars pryſmatis eamdem baſim, & æqualem altitudinem habentis.*

Demonſtr. Et polygonum TXRZ in triangula, & pryſma polygonum XA in triangularia pryſmata, & polygona etiam pyramis X in triangulares pyramides dividuntur; ſi nimirum ducantur TE, SE, & ſurſum elevari concipiantur: cum igitur quodlibet pryſma triangulare puta ZK ſit triplum pyramidis eamdem baſim Z, & altitudinem habentis (*n.* 173): idemque ſit de reliquis pryſmatis triangularibus XRT, in quæ polygonum pryſma dividitur; omnia hæc pryſmata ſimul ſumpta, hoc eſt, pryſma polygonum (Fig. 88.), erit triplum omnium pyramidum ſimul ſumptarum, hoc eſt, pyramidis polygonæ eamdem baſim, & altitudinem habentis, ac pryſma.

COROLLARIUM.

175. In pyramidibus igitur verum eſt, quod ſupra de pryſmatis demonſtravimus 1°. ſcilicet, omnes pyramides æque altæ (Fig. 88) ſunt inter ſe, ut baſes: 2°. Si eaſdem, aut æquales habuerint baſes, erunt inter ſe, ut altitudines: 3°. Si baſes, & altitudines habuerint reciprocas, erunt æquales: 4°. Pyramidum ſimilium AO, BO (Fig. 87.) maſſæ ſunt inter ſe, ut altitudinum, ſeu laterum ſimilium cubi; ſuperficies autem ſunt, ut eorumdemmet laterum quadrata. Hujuſmodi enim proportiones veræ ſunt in pryſmatis, ut ſuperius *n.* 167. &c. demonſtravimus: obtinent igitur etiam in pyramidibus; cum ſimiles ſint pryſmatum earumdem baſium, & altitudinum partes (*n.* 173): parteſque ſimiles eamdem inter ſe, ac ſua tota, rationem habeant. Pyrami-

midis cujuſcumque maſſam elicies, ſi tertiam altitudinis partem per integram baſim multiplices; vel tertiam baſis partem per integram altitudinem.

PROPOSITIO XLIX. THEOREMA.

176. *Conus* L B R A (Fig. 93) *eſt pyramis infinitorum laterum*.

Demonſtr. Circulus L R B, coni baſis, eſt polygonum infinitorum laterum (*n.* 113): cum igitur hujuſmodi polygonum ſurſum ſibi ſemper parallelum aſcendens, & ſimiliter decreſcens, quoad in puncto A evaneſcat, conum deſcribat (*n.* 155); manifeſtum eſt hujuſmodi conum eſſe pyramidem infinitorum laterum: á ſingulis enim polygoni lateribus ſurſum elevatis ſingula coni latera deſcribuntur. Spectari igitur debent coni, ut pyramides, referunturque ad cylindros, infinitorum etiam laterum pryſmata, ut pyramides ad pryſmata.

COROLLARIUM.

177. Sunt igitur coni c d a, C D A (Fig. 95) tertia pars Cylindrorum c n b d, C N B D eaſdem baſes, & altitudines habentium; ſunt enim pyramides, cylindri autem pryſmata (*n.* 170). Cum igitur ſint partes ſimiles cylindrorum (*n.* 173), eamdem inter ſe rationem habent, quam cylindri (*n.* 34): Quas igitur numero 171. de cylindris demonſtravimus, ſeu expoſuimus rationes, Conis etiam competunt. Unde 1°. rationem inter ſe habent compoſitam ex rationibus baſium, & altitudinum: 2° ſi habeant baſes æquales c d, C D, erunt ut altitudines c n, C N; & ſi altitudines fuerint æquales, erunt, ut baſes: 3°. ſi baſes, & altitudines habeant reciprocas, erunt æquales: 4°. Eorum maſſæ ſunt, ut altitudinum, ſeu diametrorum baſium cubi: ſuperficies, ut quadrata &c.

PRO-

PROPOSITIO L. THEOREMA.

178. *Sphæra quæcumque æqualis eſt pyramidi, cujus baſis ſit ſphæræ ſuperficiei æqualis: altitudo autem ipſius Sphæræ radius.*

Demonſtr. Eodem modo, quo polygonum regulare (Fig. 57) per continuatam laterum diminutionem, & multiplicationem in circulum abit (*n.* 113); ita etiam polyedrum regulare Q, aut D (Fig. 101) in Sphæram degenerat: ſi enim plana F, G, H, polyedri latera, & pyramidum HD, FD, GD baſes &c. fiant minora ſemper, & minorem per continuam angulorum M, T, & aliorum ſimilium truncationem: manifeſtum eſt, prædictarum pyramidum baſes infinite decreſcere; ac proinde in puncta degenerare; omneſque earum baſes unicam ſphæræ ſuperficiem componere: Sphæra igitur quæcumque A (Fig. 97) ſpectari poteſt, tamquam infinitæ pyramides infinite parvæ CBA, circa punctum A, tamquam communem verticem diſpoſitæ; quarum communis altitudo ſit idem radius Sphæræ, baſes autem puncta ſingula ejuſdem ſuperficiei ſphæræ. Pyramis autem cujus altitudo ſit radius; baſis vero ſuperficiei ſphæræ æqualis, par erit prædictis omnibus pyramidibus, hoc eſt, ipſi ſphæræ.

COROLLARIUM I.

179. Spectari igitur poteſt ſphæra, tamquam pyramis Conica, cujus altitudo ſit radius, baſis vero ſuperficies ſphæræ. Eritque ſphæra tertia pars pryſmatis, aut Cylindri, cujus altitudo ſit radius, baſis autem ſuperficies ſphæræ: id enim de pyramide, & cono ſuperius numero 173. demonſtravimus. Unde maſſam ſphæræ, cujuſcumque A dignoſcemus, ſi tertiam partem radii per integram circumferentiam; aut integrum radium per tertiam circumferentiæ partem multiplicemus. Eo enim pacto pyramidum maſſam elici ſuperius demonſtravimus.

CO-

COROLLARIUM II.

180. Superficies Sphærarum AM, ARC (Fig. 97) ſunt inter ſe, ut quadrata ſuorum radiorum: maſſæ autem ſunt, ut eorumdem radiorum cubi.

Demonſtr. Singulæ Sphæræ AX, ANE ſunt infinitæ pyramides ſimiles infinitæ parvæ, quarum baſes ſimul ſumptæ ſuperficiem ſphæræ componunt, earumque altitudines ſunt ipſarum ſphærarum radii (*n.* 179): baſes autem pyramidum, ſphæram AX componentium, ſunt ad baſes pyramidum ſimilium, ſphæram AM componentium, ut quadrata altitudinum, menſurarum ſcilicet ſimilium: earumdem vero pyramidum maſſæ ſunt inter ſe, ut altitudinum ſuarum cubi (*n.* 177): cum igitur ſuperficies ſphærarum ſint infinitarum pyramidum ſimilium baſes; maſſa vero ſit ipſarum pyramidum maſſa; manifeſtum eſt, ſuperficies ſphærarum, eſſe, ut quadrata; maſſas, ut cubos radiorum.

LEMMA.

181. Superficies coni recti truncati FDBH æqualis eſt rectangulo EBHP, cujus altitudo ſit æqualis lateri BF coni truncati, baſis vero ſit circumferentia circuli IL media inter utramque baſim.

Demonſtr. Deſcribantur ex eodem communi centro A (Fig. 117.) tres circuli ABC, AKO, AEG, ductaque per B recta BL tangente circuli majoris, & illius periphæriæ æquali, ducatur ex centro AL, & ex punctis diametri EK minorum circulorum tangentes EM, KI uſque ad rectam AL: erunt EM, KI tangenti BL parallelæ, & ſuorum circulorum periphæriis æquales. Triangulum igitur AEM æquale eſt circulo EFG, & triangulum ABL circulo BCD (*n.* 112): ergo rectilineum EMLB æquale eſt coronæ DCBGFE (*n.* 27. *ax.* 6.) Jam diviſa bifariam ML á recta PI, perpendiculari ad BL occurrenti in H ad rectam EM productam, erunt triangula MHI, IPL æqualia; ſunt enim anguli L & M æquales (*n.* 85); ſicut etiam

etiam P & H recti: cum igitur præterea ſint æqualia latera MI, IL; erunt tota triangula æqualia (*n.* 100, 103): ergo rectangulum EH PB erit rectilineo EMLB, ac proinde coronæ æquale. Jam coni truncati FBDH (Fig. 118.) rete, ſeu ſuperficies evoluta eſt ſegmentum coronæ LMPR earumdem baſium, & altitudinum: integer enim Sector LHR, cujus baſis LR ſit æqualis circumferentiæ circuli FHG, radius autem LA lateri HA, æqualis erit ſuperficiei conicæ; ſi igitur auferatur AMP, ſuperficiei BCDA æqualis, reſiduum ſectoris, ſeu coronæ remanet truncati coni ſuperficiei æquale: quemadmodum igitur integra corona eſt factum ex altitudine in medii circuli KOVQ periphæriam integram, ita Sector Coronæ eſt factum ex altitudine in ſegmentum NQ, periphæriæ medii circuli æquale, ſeu in totam circuli IL periphæriam.

PROPOSITIO LI. THEOREMA.

182. *Superficies Sphæræ eſt æqualis rectangulo ſub diametro, & peripheria Circuli Maximi: ſeu quatuor Circulis Maximis ejuſdem Sphæræ.*

Demonſtr. Intelligatur Circulo inſcriptum polygonum plurimorum laterum TR, RM &c. (Fig. 119) numero parium, quæ ob parvitatem in circulum abeant: Si revolvatur modo ſemicirculus TOS circa axem TS immotum, ſuperficiem diſcribet TNSZA ex plurimis truncatorum conorum ſuperficiebus compoſitam: quodlibet enim latus MN, cum ſit in eodem plano cum axe TL, quin tamen ſit illi parallelum, cum diametro concurret in aliquo puncto T. Revolutum autem triangulum TNLX (Fig. 120.) circa axem TL conum rectum deſcribet; pars igitur MN, latus polygoni in ſphæra exiſtens, coni truncati MNL ſuperficiem deſcribit. Superficies igitur ſphæræ totius componitur ex plurimis ſuperficiebus conorum truncatorum æque altorum. Jam Superficies MNLX eſt rectangulum ex altitudine communi MN, & periphæria media KV, cujus radius eſt KI: ducatur ex centro circuli C perpendicularis CK ad MN latus polygoni, quæ erit apo-

theg-

thegma commune polygoni, & latera bifariam dividet, ducatur inſuper ex M recta MR parallela ad axim, & ex K perpendicularis KI, parallela ad N p (Fig. 121.): in triangulis NMR, KIC æquales ſunt anguli I, R, quia recti: anguli autem MKI, hoc eſt, MNR (*n.* 85) & C ſunt æquales; quoniam ſinguli cum angulo IKC rectum efficiunt (*n.* 98); ac proinde tertius M eſt æqualis tertio I KC, & triangula MNR, KIC ſimilia (*n.* 126): ergo eſt MN ad MR, ut KC ad KI (*n.* 92. 126): ergo rectangulum ſub extremis æquale rectangulo ſub mediis MR, ſeu Pp, & KC (*n.* 122).

Sumantur modo rectæ MN, KC, tamquam radii: erunt igitur ut eorum periphæriæ (*n.* 136); ſubſtitutis igitur periphæriis pro radiis, adhuc erit æquale rectangulum ſub Pp, & periphæria radii K C rectangulo ſub MR & periphæria radii MN: ſimiliter ſuperficies Coni truncati MPX, hoc eſt, rectangulum ſub MO, & periphæria radii ZY, æquabitur rectangulo ſub OS, hoc eſt, PT, (Fig. 119. 121.) & ſub circumferentia ejuſdem radii CK, aut CZ: omnes igitur coronæ, ſeu truncatorum conorum ſuperficies, quæ ſphæricam circumferentiam formant, hoc eſt, omnia rectangula ſub lateribus Pp PT &c. & circumferentiis radiorum C K, CZ &c. æquantur totidem rectangulis, quorum communis baſis ſit periphæria radii KC, altitudines autem rectæ AT, TP, Pp &c. ſeu ACB, illis æqualis, hoc eſt, unico rectangulo ſub circumferentia circuli Maximi AMB, & diametro integra ſphæræ. Hujuſmodi autem rectangulum eſt æquale quatuor Circulis Maximis ſphæræ: unuſquiſque enim circulus maximus eſt factum ex quarta parte diametri per totam periphæriam (*n.* 112): ergo factum ex quatuor hujuſmodi partibus, hoc eſt, ex integra diametro per totam periphæriam, ſunt quatuor circuli maximi ſphæræ Q. E. D.

SCHOLION.

183. Ex demonſtratis facillime elicitur cujuſcumque corporis menſura. Diximus ſupra, haberi pryſmatis maſ-

maſſam, ſi altitudinem IK v.g. (Fig 96.) per integram baſim multiplicemus: pyramidem vero quamcumque BAFC (Fig. 89) dignoſci, ſi tertia pars altitudinis CF in integram baſim ducatur: eſt enim tertia pars pryſmatis. Cylindrus quicumque NBCD, (Fig. 95.) cum ſit pryſma, eſt factum ex altitudine CN in baſim ducta. Conus CDA hujuſce Cylindri pars tertia habebitur, ſi tertiam altitudinis partem in totam baſim ducas.

Sphæra AX (Fig. 97) eſt factum ex tertia parte radii AX in totam ſuperficiem ducta, ut modo demonſtravimus: Ut tamen tertia pars radii per ſuperficiem multiplicetur, ipſam prius ſuperficiem emetiri oportet; & diametrum, ſeu radium. Diameter MM facile dignoſcitur, ſi duo plana MM ſphæram utrimque contingentia ſtatuas parallela, eorumque diſtantiam, hoc eſt, diametrum MM invenias. Superficies autem ſphæræ quatuor circulos maximos ejuſdem ſphæræ continet, & adæquat: cujus rei veritas, á Geometris paſſim demonſtratur; illi demonſtrationi tamen in tyronum gratiam ſuperſedeo, cum operoſiſſima ſit, pluribuſque propoſitionibus ad eam deducendam unice præmiſſis innitatur: eam proinde dedimus, quæ tyroni philoſopho ſatis eſt.

Diametro MM reperta, invenitur ſexta ejus pars, vel tertia radii, & maximi circuli circumferentia per num. 114; ejuſdemque circuli area, per num. 113; ſuperficies ſphæræ, 4 circulos maximos in unam ſummam addendo, ut modo notavimus: & maſſa tandem ſphæræ, ſi tertiam partem radii notam, in ſuperficiem ſphæræ etiam notam ducamus. Sit exemplum: ſit MM diameter 12 pedes: tertia pars radii, 2; circumferentia circuli maximi, 36; ejuſdem circuli area, 108: ſuperficies ſphæræ, 432: maſſa, 864.

Corporum quorumcumque ſimilium ſuperficies minorem inter ſe habent rationem, quam eorumdem maſſæ: ſeu quo majora ſunt corpora ſimilia, eo minorem habent ſuperficiem relate ad ſuam maſſam. Superficies enim augentur, ut laterum ſimilium quadrata; maſſæ ut cubi (*n.* 169). Sit exemplum. Diameter ſphæræ MM ſit ſubduplum diametri ZX, & prior

& prior ſtatuatur, 10; poſterior, 20: ſuperficies erunt inter ſe, ut 100 ad 400, eorum numerorum quadrata: maſſæ autem, ut 1000 ad 8000, eorumdem numerorum cubi: major vero eſt ratio 8000 ad 1000, octupla, quam 400 ad 100, quadrupla. Rurſus, major etiam eſt ratio 8000 ad 400, vigecupla, quam 1000 ad 100 decupla. Major igitur ſphæra minorem habet ſuperficiem relate ad propriam maſſam, quam minor ſphæra: hoc etiam obtinet in omnibus corporibus ſimilibus.

ELEMENTUM QUINTUM

Sphærica ex Theodoſio ſeu aliquæ proprietates circulorum, qui in ſpheræ ſuperficie conſiderantur, a Tyrone Philoſopho non ignorandæ.

184. Quæ hactenus tradidimus, aut ab *Euclide* deſumpta ſunt (ſi methodum, & demonſtrationes excipias), aut ad Euclidis librorum argumentum ſpectant. Iis fere contenti ſunt, qui Geometriæ elementa in ſtudentium tyronum uſum conſcribunt. Quoniam autem experimento didici, *Aſtronomiam Phyſicam*, *Spheram*, & *Geographiam* ſatis intelligi non poſſe niſi aliqualem prius ſphæricorum Elementorum cognitionem habeant; idcirco pauca hic attingimus quæ & captu facillima ſunt, & neceſſaria tyronibus exiſtimavi. *Sphæricorum* nomine hic intelligimus peculiarem de circulis, aut ſectionibus ſphæræ, & in ſuperficiebus ſphæricis præcipue conſideratis explicationem. Sphæricorum elementa tribus libris conſcripſit olim *Theodoſius*, celebris Mathematicus, qui aliquot ante *Chriſtum* natum annis floruit, ex quo ſequentia fere adſumam, licet alia methodo demonſtrem.

DEFINITIO.

185. *Sphæræ ſuperficiem*, *centrum*, *diametrum*, *radium*, *maſſam* ſuperius jam definivimus. *Axis ſphæræ* eſt diameter, ſeu recta ab uno ad oppoſitum circumferentiæ punctum per centrum ducta, ſupra

quam

quam ſphæra ipſa circumvolvitur, aut gyrare concipitur. Rem quotidie videre potes in globo quocumque, aut etiam rota ſe ſe convolvente.

Finge circulum, ſeu globum PAQR (Fig. 13.) circa diametrum PQ convolvi: erit PQ illius ſphæræ axis.

DEFINITIO.

186. Sphæræ cujuſcumque PAQR *poli* ſunt extremitates PQ axis, ſupra quem ipſa revolvitur. Circuli etiam in ſphæræ ſuperficie deſcripti, v. g. circuli AKR *poli* ſunt duo illa puncta PQ in eadem ſphæræ ſuperficie poſita, quæ a ſingulis periphæriæ circuli punctis æqualiter diſtant. Finge ſemicirculum PRQ circa axem PQ convolvi: punctum R, per quadrantem RP, RQ ab utroque extremo PQ remotum, periphæriam deſcribet RKA ubique ſemper a punctis PQ per quadrantem diſſitam: puncta igitur PQ ſunt illius circuli RKA *poli*. Circuli igitur poli PQ cum illius centro confundi nequeunt: centrum enim D in plano circuli exiſtit, poli vero PQ extra planum.

HYPOTHESIS.

187. Sphæra PAQR (Fig. 13.) generari concipitur, ſi circulus AR (cujus centrum D, axis vero PQ diametro AR æqualis, & ad circuli planum perpendicularis) ita per axem PQ verſus utrumque polum moveatur, ut centrum D in axe ſemper DSXQ exiſtat; planum circuli ſit ſemper ſibi ipſi parallelum AR, PV, ZY: circulus vero recedendo á centro ita decreſcat, ut omnia ejus periphæriæ puncta AKR, PS, ZY ſemper æque diſtent á puncto D, ſphæræ centro, in quibuſcumque punctis deſcreſcentis circuli centrum exiſtat.

Eademmet hypotheſis, ſeu geneſis alio modo proponi poteſt, quæ tamen in idem recidit; ſi nimirum circa diametrum immotam PQ ſemicirculum PRQ circumvolvi concipiamus: ſingula enim periphæriæ puncta ſingulos parallelos circulos, minores ſemper, & minores, atque ſibi ipſis mutuo pa-

rallelos deſcribent, & deſcribendo ſphæram generabunt. Hypotheſis hæc eſt ipſamet natura ſphæræ in ipſius geneſi conſiderata; tres autem aſſignatæ conditiones ſunt omnino neceſſariæ; aliqua enim deficiente, generaretur cylindrus, aut conus, aut corpus ellipticum; & hinc evidenter, & pulchre deducuntur ſequentia.

COROLLARIUM I.

188. *Si ſphæra plano quomodocumque ſecetur, vel per centrum, vel extra centrum, communis ſectio ſphæræ & illius plani eſt circulus.*

Demonſtratur. Ponamus ſphæram A P R Q (Fig. 13) ſecari per centrum D, & extra centrum per punctum S. In primo caſu rectæ DA, DK, DR ſunt omnes æquales per definitionem ſphæræ; ergo planum A K R D eſt circulus, & linea A K R periphæria circularis. Si ſectio T V per centrum non tranſeat; concipiatur alia A R per centrum ducta, & priori parallela: erit igitur T V ipſamet ſectio A R diminuta (*n.* 187): ſemper igitur perget eſſe circulus.

COROLLARIUM II.

189. *Communis ſectio plani, & ſphæræ tranſiens per centrum, eſt circulus habens centrum commune cum ſphæra.*

Sit D (Fig. 13.) centrum ſphæræ, erit etiam centrum ſectionis circularis A K R, cujus planum tranſit per centrum ſphæræ. Sequitur evidenter ex ſphæræ geneſi: ſunt etenim DA, DK, DR, & omnes aliæ ex D in plano A K R uſque ad periphæriam ductæ, & inter ſe æquales, & tam ſphæræ, quam ſectionis radii: D igitur eſt commune utriuſque centrum.

COROLLARIUM III.

190. *Omnes communes ſectiones planorum, & ſphæræ, hoc eſt, omnes circuli in ſphæra, per illius centrum tranſeuntes, ſunt maximi: & viciſſim, ſi ſunt maximi, per ſphæræ centrum tranſeunt.*

De-

Demonſtratur ex eademmet geneſi: circuli AKR, per centrum D tranſeuntes, habent idem centrum, & radios, atque ſphæra (*n.* 189): ſunt ergo maximi, qui in ſphæra conſiderari poſſint.

Secunda pars: ſi circulus T V non tranſit per centrum ſphæræ D; duci poterit per centrum alius A R priori parallelus: ergo A R eſt circulus maximus (per primam partem); ergo T V eſt circulus A R diminutus; ac proinde non eſt maximus.

COROLLARIUM IV.

191. *Omnes ſectiones communes ſphæræ, & planorum per centrum tranſeuntium, hoc eſt, omnes circuli maximi ſphæræ ſunt æquales.*

Demonſtratur. Secetur ſphæra P A Q R (Fig. 13.) triplici plano, ſeu circulo P A Q R, P K Q, A K R per centrum D: omnium radii D R, D P, D Q ſunt ipſemet ſphæræ radius (*n.* 189): omnes igitur ſunt æquales.

COROLLARIUM V.

192. *Omnes circuli maximi in ſphæra ipſam in duas partes æquales ſecant.*

Demonſtratur. Ex ipſa ſphæræ geneſi ſequitur: maximus circulus A R (Fig. 13) eodem motu & planorum ſimilium, & æqualium numero utrumque hæmiſphærium A R P, A Q R deſcribet (*n.* 187): A R igitur in duas partes æquales dividit ſphæram.

COROLLARIUM VI.

193. *Omnes circuli maximi ſphæræ ſe mutuo ſecant linea recta tranſeunte per commune eorum, & ſphæræ centrum, ac per conſequens ſe mutuo ſecant in duas partes æquales.*

Duo quicumque circuli maximi ARK, (Fig. 13.) APRQ tranſeunt per centrum D (*n.* 190): ergo neceſſario ſe ſecant: ſi enim eſſent paralleli, eorum ſaltem alius non tranſiret per centrum: ergo eorum communis ſectio tranſit per centrum: ea vero eſt

linea recta (*n.* 158.) ergo eſt diameter v. g. A R: ergo ſe ſecant per communem diametrum: ergo ſe dividunt mutuo in duas partes æquales.

Quicumque ergo circulus maximus in ſphæra non ſolum ſphæram ipſam, ſed omnes alios circulos maximos in eadem ſphæra bifariam dividit, & ab eorum ſingulis ſimiliter dividitur. Omnia hactenus demonſtrata maximo uſui ſunt in tractatu de ſphæra.

COROLLARIUM VII.

194. *Circuli in ſphæra non maximi* T V (Fig. 13) *omnes extra centrum* D *tranſeunt, & ſphæram in partes inæquales* T P V, V Q T *dividunt.*

Si enim tranſirent per centrum, eſſent maximi (*n.* 190.) contra hypotheſim. Rurſus ſi ſphæram bifariam dividerent, iterum tranſirent per centrum, & eſſent maximi etiam contra hypotheſim.

COROLLARIUM VIII.

195. *Circuli non maximi in ſphæra* TV, ZY (Fig. 13.) *eo minores ſunt, quo magis a centro* D, *ſeu a maximo* A R *ſibi parallelo diſtant.*

Demonſtr: ſint duo minores circuli T V, Z Y in ſphæra, & ſibi, & maximo A R paralleli: primus tamen T V centro vicinior: duo circuli minores T V, Z Y ſunt idemmet circulus A R eo tamen magis diminutus, quo major fuerit ejus diſtantia a centro D (*n.* 187): ergo in X erit minor, quam in S.

COROLLARIUM IX.

196. *Sphæra quæcumque tangit planum* F G (Fig. 13) *in unico tantum puncto* E.

Demonſtrari eo modo poteſt, quo numero 73 eamdem veritatem de circulo, & lineæ tangentis contactu demonſtravimus: ſed ex eadem ſphæræ geneſi deſcendit, & ita etiam oſtenditur: recta tangens F G in unico puncto tangit circulum O E A I: convolvatur circulus circa diametrum E I una cum tangente circa punctum E. Circulus generabit ſphæram;

ram; recta autem planum FG: unicum autem eſt in hac geneſi contactus punctum.

COROLLARIUM X.

197. *Recta* CE (Fig. 13.) *ducta a centro ſphæræ ad punctum contactus* E *plani tangentis, eſt perpendicularis ad ipſum planum: & viciſſim, ſi ex puncto contactus* E *demittatur, aut excitetur perpendicularis ad planum tangens; ea producta tranſibit per centrum.*

Utrumque ſuperius numero 80 de linea perpendiculari ad tangentem circuli, & per punctum contactus tranſeunti demonſtravi; inde, & ex plani atque ſphæræ geneſi res modo conficitur: Circulus OEA convolvatur circa diametrum ECI una ſecum devolvendo tangentem FG, ſemper tangentem: in quocumque ſitu, & revolutionis puncto ſint circulus generator, & tangens, ſemper EC erit perpendicularis ad tangentem, & tranſibit per centrum circuli: cum vero tangens convoluta generet planum tangens, circulus convolutus generet ſphæram; recta autem EC ſit ſemper perpendicularis, per centrum tranſeat, & conſtanter maneat invariata: erit perpendicularis ad planum, & tranſibit per centrum.

COROLLARIUM XI.

198. *Duæ ſphæræ, in unico tantum puncto* A *ſe mutuo poſſunt tangere.*

Demonſtr. Si enim concipiatur duci planum per punctum A, & ſphæram utramque contingere, unicum erit plani, & ſphærarum contactus punctum (*n.* 196): præter illud igitur punctum utraque ſphæra á plano in partes oppoſitas recedunt; magis tamen a ſe mutuo, quam a plano recedunt ſuperficies convexæ. Idem pariter de interiori contactu demonſtratur.

COROLLARIUM XII.

199. *Duo extrema* PQ (Fig. 13.) *cujuſcumque diametri* PQ, *ſupra quam revolvitur ſphæra, ſunt poli omnium circulorum* AR, TV, ZY, *quos ſingula*

 pun-

puncta ſuperficiei ſphæræ hujuſmodi revolutione deſcribunt:

Demonſtratio. Aſſumantur tria puncta R V Y in ejuſdem ſemicirculi P R Q periphæria: convolvatur circa diametrum immobilem P Q ſemicirculus; punctum R deſcribet circulum R K A; & cum ab extremo immoto P ſemper conſervet eamdem diſtantiam nempe arcum R P; punctum P eſt ejus circuli polus (*n.* 186). Similiter cum ab extremo Q per arcum R Q ſemper diſtet, dum revolvitur, & circulum deſcribit, erit Q alter ejuſdem circuli polus. Idem eodem modo, & ex eadem geneſi de circulis quibuſcumque aliis T V, Z Y hujuſmodi revolutione deſcriptis demonſtratur.

COROLLARIUM XIII.

200. *Quicumque circuli in ſphæra inter ſe paralleli* Z Y, T V, A R (Fig. 13.) *habent eoſdem communes Polos* P Q.

Demonſtratur ex data modo circulorum in ſphæra geneſi. Deinde omnes circuli S, X, maximo circulo D paralleli, ſunt ipſemet circulus D diminutus, deſcendens ad extremum Q ſui axis ſibi ipſi ſemper parallelus (*n.* 187); Circulus D hoc modo deſcendens, & decreſcens eoſdem ſemper habet polos, ut ex ſe evidenter patet: omnes ergo circuli T V, & quicumque alii circulo A R paralleli, communes habent polos P Q.

Et hinc in ſphæra demonſtrabimus, mundanos polos eſſe omnium diurnarum revolutionum Solis, & aliorum aſtrorum communes polos.

COROLLARIUM XIV.

201. *Omnes viciſſim circuli* T V, A R (Fig. 13.) *in Sphæra, qui eoſdem habent polos* P Q, *ſunt inter ſe paralleli*.

Demonſtratio. Quoniam enim per hypotheſim communes habent polos P Q: ii autem ſunt extrema axis, ſupra quem duo illi circuli T V, A R generantur; duo puncta U R, ſupra eumdem axem

PQ

PQ revoluta, ſemper inter ſe diſtant per eumdem arcum UR: periphæriæ igitur, & circulorum plana ſunt parallela.

COROLLARIUM XV.

202. *Cujuſcumque circuli* TV (Fig. 13.) *in ſphæra poli ſunt duo puncta* PQ *diametraliter oppoſita in eadem ſphæra.*

Res eſt per ſe ferè evidens: Poli Circuli TV ſunt duo extrema axis revolutionis, qua ille generatur circulus (*n.* 199): omnis autem axis, ſeu diameter per ſphæræ centrum tranſit: ſunt igitur poli P Q diametraliter oppoſiti.

COROLLARIUM XVI.

203. *Polus cujuſcumque in ſphæra circuli eſt illud punctum, quod ab eadem parte in ſuperficie ſphæricæ maxime diſtat ab ipſo circulo.*

Si Circuli TV (Fig. 13) polus inferior eſt Q; punctum Q ab illa parte eſt omnium a circulo TU remotiſſimum: idem dico de polo P (licet utriuſque non eadem ſit a circulo diſtantia in circulis minoribus): Sunt enim poli extrema diametri PQ (*n.* 202): extrema autem diametri ſunt puncta omnium remotiſſima ex eadem parte a puncto quocumque in periphæria dato.

COROLLARIUM XVII.

204. *Quilibet in ſphæra circulus duos tantummodo habet polos.*

Demonſtr. Duo enim ſunt tantummodo puncta P Q diametraliter oppoſita, & maxime ex utraque parte a circulo dato TV (Fig. 13.) remota: Si enim Q maxime ex parte Q á circulo TV diſtat; punctum quodcumque aliud Y minus diſtat ab V, quam polus Q: ergo non eſt polus (*n.* 203).

COROLLARIUM XVIII.

205. *Recta, ſeu diameter quæcumque ab uno ad alium polum ducta, tranſit per centra omnium circulorum* D S X (Fig. 13:) *quorum poli ſunt duo illa puncta* P Q, *ipſius diametri extrema.*

Demonſtr. Imprimis tranſit per D circuli maximi centrum, quod eſt idem, atque centrum ſphæræ (*n.* 189), per quod tranſit omnis diameter: deinde idemmet circulus per axem ſuum PQ aſcendens, & deſcendens ſecundum legem in hypotheſi expoſitam; ita ut illius centrum ſit ſemper in axe, imo ſuomet motu axem deſcribat, efficit, ſeu potius degenerat in omnes alios circulos ſibi parallelos, quorum communes poli ſunt PQ (*n.* 187): ergo omnia illorum circulorum centra ſunt, & componunt rectam, ſeu diametrum ab uno ad alium polum ductam.

COROLLARIUM XIX.

206. *Axis* P Q (Fig. 13.) *cujuſcumque circuli* A R *in ſphæra deſcripti, ſeu recta ab uno ad alium ejus circuli polum ducta, eſt ad planum ejus circuli perpendicularis.*

Demonſtr. Sit A R circulus maximus: arcus PR, P A ſunt æquales (*n.* 186): imo quadrantes, cum A P R ſit ſemicirculus (*n.* 193.): ergo anguli P D A, P D R facti ab axe P Q, & a quacumque circuli D diametro ſunt recti (*n.* 61), & conſequenter P Q eſt ad planum circuli A R perpendicularis (*n.* 163). Omnes autem circuli minores S X habentes eoſdem polos, atque maximus D ſunt maximo paralleli (*n.* 201): ergo habent communem perpendicularem (*n.* 164).

COROLLARIUM XX.

207. *Circulus* PRQA (Fig. 13.) *tranſiens per duos polos aliorum quorumcumque circulorum* DSX *illos ſecat perpendiculariter, & per centrum.*

De-

Demonſtr. Axis PQ eſt in plano circuli APQ per ipſius axis extrema tranſeuntis: quoniam igitur axis PQ eſt ad omnium circulorum DSX plana perpendicularis (*n.* 206); etiam planum APQ circuli tranſeuntis per polos, eſt ad eoſdem circulos perpendiculare.

Quod autem illos omnes circulos ſecet per centrum; res eſt ex modo demonſtratis evidens: tranſit enim per axem PQ, qui per omnium centra etiam tranſit. (*n.* 205).

COROLLARIUM XXI.

208. *Communis ſectio Circuli* APRQ (Fig. 13.) *tranſeuntis per polos* PQ, *&* *circulorum omnium* DSX *per quorum polos* PQ *ipſe circulus* APQ *tranſit, eſt ipſorum circulorum diameter, & conſequenter eos ſecat in duas partes æquales.*

Demonſtr. Planum APRQ ſecat planum TV per centrum (*n.* 207): deinde communis ſectio eorum duorum planorum neceſſario eſt linea recta (*n.* 159): ergo eſt linea recta TV tranſiens per centrum, & in periphæria ex utraque parte terminata, hoc eſt diameter: ergo circulus S in duas æquales partes ab hujuſmodi ſectione dividitur.

Hæc omnia locum habent in ſphæra ad explicandam, & demonſtrandam æqualitatem temporis matutini, & veſpertini; diurni, & nocturni in ſphæra recta; & alia quamplurima iis affinia.

COROLLARIUM XXII.

209. *Circulus maximus* LT (Fig. 105.) *in ſphæra minores* MN, GH *inter ſe parallelos ſecans, quin per eorum polos* ER *tranſeat, eos biſariam non ſecat; eaque parallelorum ſegmenta* XN, TG *majora ſunt, quæ ſunt verſus viciniores polos* ER.

Demonſtr. Circulorum MN, GH plana bifariam ſecantur planis tranſeuntibus per eorum polos ER, hoc eſt, per eorum centra UI, hoc eſt, per eorum axem ER (*n.* 207, 208): Cum ergo planum circuli LT per polos ER aut centra VI non tranſeat,

ſeat, illius ſectio non eſt eorum circulorum diameter; ac proinde in partes æquales non ſecat circulos.

Majorem vero eſſe partem XN, cadentem verſus polum E, quam partem XM, quæ partem oppoſitam ſpectat, ex eo demonſtratur, quod in priori parte XN exiſtat circuli MN centrum V. Idem de alio parallelo IH dictum habe.

Facile etiam eſſet demonſtrare, circulum quemcumque maximum LT (Fig.105.) eos omnes (quos ſecat), oblique ſecare, ſi per eorum polos non tranſeat.

Cum enim cujuſcunque circuli maximi LT planum per ſphæræ centrum F tranſeat (*n.* 190); aliunde vero ſectio per axem FE ſit ad planum MN perpendicularis (*n.* 207); ex eodem puncto F duci poſſunt duæ rectæ FL, FE ad idem planum MN perpendiculares, quod eſt impoſſibile (*n.* 162. 163).

COROLLARIUM XXIII.

210. *Maximus circulus* LT (Fig. 105.) *non tranſiens per minorum, & parallelorum* QZ, GH *polos* ER, *magis inæqualiter ſecat circulos* GH *a centro remotiores, quam circulos* QZ *propiores.*

Demonſtr. Axis ER tranſit per centra P, I prædictorum circulorum (*n.* 207): cum ergo recta, aut planum FT in centro F ſecet rectam, aut planum FR, & inde ab FR ſemper divergat; minor eſt diſtantia PO, quam IT: ergo ſectio circuli QZ vicinior eſt centro P, quam ſectio circuli GH: ſecundi igitur circuli partes GT, TH ſunt magis inæquales, quam prioris ſegmenta QO, OZ.

Ex hiſce ultimis majorem dierum, & noctium inæqualitatem, dum Sol eſt ab æquatore remotior, quam dum æquinoctiali vicinior convolvitur, atque alia hujuſmodi in ſphæra demonſtrabimus.

Et hoc quidem ex ſphæricis tyroni philoſopho ſatis eſſe exiſtimo. Illa vero omnia tamquam corollaria ex una ſphæræ geneſi deduximus, ut & brevius, & clarius rem proponeremus.

AP-

APPENDIX

Ad Elementa Geometriæ in qua Sectiones Conicæ Ellypſis, Parabola, Hyperbola, Logiſtica, Cycloïs, breviſſime explicantur.

211. Sectiones Conicæ in Philoſophorum gratiam ſummis labiis hic attingendæ ſunt; accuratam enim hujuſce tractatus cognitionem, homini Geometræ neceſſariam, relinquimus, cui turpe eſſet Geometriam hanc ſublimiorem perfunctorie ſolum attingere, vel a limine ſalutatam deſerere. Phyſicum tamen neque plurima, neque nulla ex hoc tractatu addiſcere opus eſſe judico. Plurima enim in Aſtronomia phyſica occurrunt, qualia ſunt ſolis, & cæterorum planetarum, & cometarum motus; plurima in Mechanica, Statica, Optica, Phyſica, & aliis naturalis philoſophiæ partibus paſſim offendimus, quæ levem ſaltem Ellypſis, Hyperbolæ, & Parabolæ cognitionem ſupponunt, ut pede inoffenſo, & recte, ut par eſt, intelligantur; ad ea enim hærere opus eſſet, qui ne leviter quidem hunc tractatum attingeret. Ea tamen illa ſunt ad quæ rite capienda opus minime ſit vel omnes, vel majorem etiam Ellypſis, aut Parabolæ proprietatum partem prænoſcere. Quæ igitur neceſſaria eſſe ducam, in ſequentibus exponam.

DEFINITIO.

212. *Ellypſis*, ſive *Ovalis* eſt figura plana ACBE (Fig. 107) unica linea curva comprehenſa, magis in longitudinem AB, quam in latitudinem CE extenſa. Linea curva ACBE *Ellyptica* vulgo nuncupatur. Duo in Ellypſi ſunt axes, major AB majoris longitudinis menſura: minor CE majoris latitudinis dimenſio: bifariam, & perpendiculariter ſe in puncto X interſecant, quod *Centrum* Ellypſis nuncupatur. Extrema item AB majoris axis. *apices* Ellypſis appellantur. Duo axes AB, CE lineam ellypticam, & ellypſim in quatuor partes æqua-

æquales dividunt ; ut eſſet demonſtratu faciliimum.

DEFINITIO.

213. Omnes rectæ OO, RR (Fig. 107), quæ intra ellypſim per illius centrum ductæ in periphæria terminantur ; ſunt diametri : infinitas proinde habent diametros, quarum ſingulæ æqualiter in centro dividuntur: diametrorum maxima eſt axis major AB; minima axis minor CE. Diametri *conjugatæ* RR, OO ſunt illæ, quæ & ſe ſe, & ſuas mutuo parallelas intra ellypſim ductas æqualiter dividunt.

DEFINITIO.

214. *Rectæ ad diametrum* OO *v. g. applicatæ* dicuntur lineæ SSZ ſibi parallelæ, quas prædicta diameter OO æqualiter dividit. *Applicatarum* nomine earum rectarum dimidia SV communiter intelliguntur: pars item OV diametri conjugatæ a vertice O ad applicatam uſque ducta dicitur *abſciſſa*, ſeu *ſagitta*.

DEFINITIO.

215. Ellypſis *focos*, aut *polos* dicimus duo puncta OV (Fig. 108) in majori axe aſſumpta, æqualiter a ſuo quodque vertice CD diſtans ; & e quibus ductæ rectæ VR, OR ad quodlibet periphæriæ punctum ſimul ſumptæ ſunt æquales majori axi CD. *Parameter*, ſeu latus rectum axis AB ellypſeos CBE (Fig. 106.) eſt recta NB tertia proportionalis geometrice ad axes ; ita ut ſint ÷ AB. CE. NB ; ducta perpendiculariter per extremum axis, cujus eſt parameter.

SCHOLION.

216. Tres omnino numerantur præcipuæ, & mirabiles Ellypſium proprietates, quas ignorare turpe eſt philoſopho; demonſtrare ad Geometram ſpectat. Prima : Quadrata applicatarum ad axim, vel diametrum quamcumque ſunt inter ſe, ut rectangula facta

facta ex ſegmentis, in quæ applicatæ diametrum dividunt; hoc eſt: quadratum ſupra S V (Fig. 107.) eſt ad quadratum ſupra R X, ut rectangulum ex O V, & V O ad rectangulum ex O X, & X O. Circulis etiam, alio tamen, & perfectiori modo, hæc proprietas competit: in circulis enim quadrata, & rectangula ſunt æqualia : in ellypſibus autem tantummodo proportionalia.

Secunda proprietas: Si ex ellypſeos polis OV (Fig. 108.) duæ rectæ ad ſingula quæque puncta R v. g. peripheriæ ducantur, per idemque punctum R recta ducatur A E periphæriam tangens, duo ſinguli anguli A R O, V R E, a tangente, & rectis a polis ad punctum R ductis formati, erunt æquales. Ex quo phyſicam alibi hujuſce figuræ proprietatem demonſtrabimus.

Tertia proprietas: Si ex polis OV ellypſeos duæ rectæ V R, O R ad quælibet periphæriæ puncta ducantur, erit earum duarum rectarum ſumma majori axi CD (Fig. 108.) æqualis. Unde facillime ellypſim deſcribes, aſſumpto ad arbitrium majori, minorique axe CD, N T. Ab extremo enim T minoris axis majorem bifariam, & perpendiculariter ſecantis duæ lineæ rectæ, ſeu fila T O, T V in majorem axim cadant, quorum quodlibet ſemiaxi majori XD ſit æquale : puncta O V, in quæ incident, erunt ellypſeos, poli : filorum igitur extremis in iis punctis clavo defixis, calamo ad commune extremum T alligato, & filo ſemper tenſo percurre ad C, & ad uſque D; idemque ſi ex alia parte fiat, ellypſim habebis.

DEFINITIO.

217. *Parabola* eſt ſuperficies plana, quam linea curva deſcribit, cujus latera T C B, T Y F á puncto quodam T (ſummitate Parabolæ) á ſe invicem ſemper magis, & magis removentur in infinitum; quin umquam poſſint concurrere, & in qua applicatarum v.g ZL, YD quadrata ſunt inter ſe, ut ſagittæ, ſeu abſciſſæ T L, T D. Hujuſmodi curvam nuncupamus *lineam Parabolicam*. (Fig. 109)

DE-

DEFINITIO.

218. *Parabola*, ſicut & ellypſis, ſuas habet tangentes BXO v.g. (Fig. 110), applicatas, ſemiapplicatas, ſagittas &c. Recta RT (Fig. 109) perpendicularis ad parabolam (idem de ellypſi, & hyperbola ſtatim definienda dictum habe) eſt ea, quæ tangentem AT X in puncto contactus T perpendiculariter ſecat. Axis eſt recta TM, quæ ſibi applicatas NZ, CY & æqualiter, & perpendiculariter ſecat. Unicus eſt axis TM in parabola: ejus item extremum T eſt vertex parabolæ.

DEFINITIO.

219. Diametri Parabolæ ſunt omnes illæ rectæ M, N v.g. intra eam ductæ, quæ ſibi applicatas CT, BH biſariam dividunt. Unde innumeræ eſſe poſſunt diametri in Parabola. Parameter alicujus diametri eſt recta quædam TX, quæ ſit tertia proportionalis ad ſagittam TD, & rectam DY ipſi diametro applicatam; ita, ut ſint TD ad DY ut DY ad TX. *Parabolæ focus* eſt punctum quoddam R (Fig. 110.) intra illam ſitum, cujus á vertice Z diſtantia eſt quarta pars parametri ZY axeos ZM.

SCHOLION.

220. Tres item, & prorſus mirabiles proprietates in parabola diſtinguntur. Prima: Applicatarum X F, IE, (Fig. 110), v.g. quadrata ſunt inter ſe, ut ſagittæ ab iiſdem applicatis abſciſſæ, hoc eſt, ut Z F ad ZE: in quo etiam parabolæ ab ellypſi diſtinguntur, & ſupra notavimus num. 114.

Secunda. Si ex foco R ad punctum quodcumque lineæ parabolicæ X v.g. ducatur recta RX, atque per idem punctum ducatur tangens AXB, & recta N X ad axim MB parallela, erunt æquales duo anguli AXN, RXB ab iis rectis in puncto X formatis. Atque hinc mirabilem ſpeculi parabolici phyſicam proprietatem demonſtrabimus.

Tertia, eaque paradoxum omnino mirabile: Duæ pa-

parabolæ æquales A B C, o z v, alia alii incluſa, communemque axim B M habentes, in infinitum productæ verſus A o, v C, ſemper magis ad ſe invicem, & magis accedunt, quin umquam poſſint concurrere, aut ſe ſe poſſint ſecare: ſuntque proinde, & dicuntur *aſſymptotæ*.

DEFINITIO.

221. Hyperbola E B F (Fig. 111) eſt ſuperficies plana á curva linea comprehenſa, cujus latera E B, B F quo magis extenduntur, eo magis á ſe invicem ea lege removentur, ut quadrata applicatarum O I, F D v. g. ad axim B D ſunt inter ſe, ut rectangula facta ex ſagittis reſpondentibus B O, B D, & linea compoſita ex ſagittis reſpondentibus, & recta quæddam externa B A, quæ eſt ipſius axis continuatio, hoc eſt, ſit quadratum ex O I ad quadratum ex D F, ut rectangulum factum ex A O. O B, ad rectangulum factum ex A D, D B. Hic eſt primus, & præcipuus Hyperbolæ character, & proprietas.

SCHOLION.

222. Ut ea, quæ modo diximus, & inferius addam melius intelligantur, nota: Ellypſim, Parabolam, & Hyperbolam ſectiones conicas nuncupari; propterea quod ejuſmodi figuræ, lineæ, aut ſuperficies ex diverſis conorum ſectionibus enaſcuntur: ſintque plana ejuſmodi pyramides conicas interſecantia. Conus quicumque P A Q B M (Fig. 113), ſi ſecetur plano P A Q per axim A M ducto; ejuſmodi ſectio eſt triangulum planum P A Q. Rurſus ſectio M R X N (Fig. 115) coni T A P ad baſim T L P parallela eſt circulus, ut ſuperius numero 155. notavimus.

Planum S B R M, conum rectum ſecans oblique ad baſim, eſt Ellypſis, ſeu Ovalis, de qua ſuperius egimus. Sectio coni T V A X (Fig. 114.) parallela ad latus alterum A X trianguli T A X eſt planum Hyperbolicum V B Z. Tandem duo coni P A Q, L A N (Fig. 113.) ad verticem A oppoſiti, ac proinde

inde æquales, generatique á triangulorum S A N, A M Q circa rectam communem conti uatam SAM revolutione, ſecentur uno eodemque plano B M E R T Y S &c. ad communem axim S M parallelo, ejuſmodi ſectiones B E M, Y T S ſunt duæ Hyperbolæ. Earum igitur vertices ſunt puncta E T. Diſtantia E T inter vertices eſt externa recta de qua ſtatim ſermo erit. Porro axes, diametri, & applicatæ intra Hyperbolam ſunt ex.emmet, proportione habita, ac in Parabola.

D E F I N I T I O.

123. *Axis determinatus* Hyperbolæ eſt recta E T (Fig. 113.) inter utrumque apicem comprehenſa. *centrum* eſt punctum R, axis medium. Spectatis modo Hyperbolis B E M, Y T S extra conum in Fig. 112., Diametri determinatæ ſunt rectæ X X á periphæria A C B ad oppoſitæ Hyperbolæ H I L periphæriam ductæ. Lineæ *Aſymptotæ* ſunt rectæ quædam Z E, Z M, Z Y, Z D, quæ ex Hyperbolæ centro Z ita ducuntur, ut quo magis producuntur v. g. Z Y, Z M ad periphæriam H I L magis ſemper, & magis in infinitum accedunt, quin unquam eam tangere, vel ſecare poſſint, aut cum ea concurrere. En mirabilem Hyperbolæ proprietatem, quam apud Geometras demonſtratam paſſim offendes.

D E F I N I T I O.

224. Hyperbolæ A B focus eſt punctum quoddam O intra illam, & in ejus axe exiſtens, cujus á centro Z diſtantia O Z æqualis eſt Aſympotæ Z D inter centrum Z, & tangentem C D per verticem tranſeuntem comprehenſæ.

S C H O L I O N.

225. Habes breviſſimam, quæ tyroni philoſopho ſatis eſt & hiſce Elementis unice convenit, ſectionum conicarum ideam, & qualem qualem explicationem; præcipuumque earum diſcrimen in eo poſi-

poſitum, quod in *Ellypſi* applicatarum quadrata ſint minora, quam rectangula facta ex parametro, & ex reſpondentibus ſagittis: in *Parabola* ſint omnino æqualia: in Hyperbola ſint majora quadrata, quam rectangula. Lubet tantummodo ſequentem Parabolæ proprietatem demonſtrare.

PROPOSITIO LI. THEOREMA.

226. *In Parabola* VBZ *quadrata applicatarum* OE, SR *ad axim* BY *ſunt inter ſe, ut ſagittæ* BE, BR: *hoc eſt, quadratum lineæ* OE, *eſt ad quadratum* SR, *ut* BE, *ad* BR: *idem eſt de applicatis ad quamcumque aliam diametrum.*

Demonſtr. ſecetur Pyramis conica TAX duplici plano COD, MSN ad baſim TVX parallelo: hujuſmodi ſectiones erunt circuli (*n.* 115): in hiſce circulis parallelis ducantur CD, MN, TX parallelæ, ad eaſque é ſingulis periphæriis ducantur rectæ perpendiculares OE, SR, VY inter ſe etiam parallelæ: modo ſic: Quoniam prædictæ ſectiones ſunt circuli, erit quadratum rectæ OE æquale rectangulo facto ex CE, & ED; & ſimiliter quadratum SR æquale rectangulo MR, RN (*n.* 123. 128): eſt igitur quadratum OE ad quadratum SR, ut rectangulum ex CE, & ED ad rectangulum ex MR, & NR. Hæc autem rectangula habent latera ED, RN æqualia, cum oppoſita parallelogrami ERND latera ſint æqualia: ſunt igitur rectangula ſupradicta, ut alia duo latera inæqualia CE ad RM (*n.* 117): quoniam vero in triangulo MBR eſt CE ad baſim MR parallela, per conſtructionem; erit CE ad MR, ut BE ad BR (*n.* 125): eſt igitur quadratum OE ad quadratum SR, ut rectangulum CE, ED ad rectangulum MR, RN; hoc eſt, ut CE ad MR; hoc eſt, ut BE ad BR; quod erat demonſtrandum.

DEFINITIO.

227. *Cyclois* eſt curva AMHXE (Fig. 104), quam punctum quodcumque M periphæriæ circuli

per

per planum revoluti ex puncto A integra revolutione deſcribit, quoad in idem planum reducatur in E. Statuatur enim circulus BMFS ſupra planum ABE, ita ut punctum M puncto A plani AE inſiſtat: revolvaturque circulus ſupra planum ea lege, ut ſinguli circuli arcus MB æqualia ſibi plani ſegmenta AB dimetiantur, iiſque ſucceſſive congruant; punctum A circulatum uſque ad E ſemitam AMHE deſcribit, eamque *Cycloidem*, aut *Trocloidem* appellamus. Recta AE eſt baſis Cycloidis. Recta CH á medio baſis C perpendiculariter erecta, & ad Cycloidem uſque producta *axis* nuncupatur. Punctum H *axis extremum* dicitur *Cycloidis Vertex*. Recta MZ, & aliæ baſi parallelæ nuncupantur *applicatæ* ad axim.

DEFINITIO.

228. Circulus BMFS, cujus revolutione deſcribitur *Cyclois*, *generans* appellatur. Porro ex ſingulis periphæriæ generantis circuli punctis, quocumque in ſitu exiſtant, dum revolutio incipit, Cycloidis ſegmenta deſcribuntur, ut facile eſt intelligere.

De Cycloide ſequentes veritates demonſtrant Geometræ.

I. Circumferentia circuli generantis eſt baſi æqualis: diameter autem altitudini ſeu axi.
II. Periphæria Cycloidis AEC (Fig. 105) eſt quadrupla diametri circuli generantis.
III. Area Cycloidis AHE (Fig. 104.) eſt tripla areæ circuli generantis.
IV. Rectangulum AD (Fig. 105.) factum ex baſi, & axe Cycloidis eſt ad Cycloidis aream, ut 4 ad 3.

DEFINITIO.

229. Linea *Logiſtica*, curva inter Recentiores Geometras celebris, & Geometricis problematibus ſolvendis ſatis accomodata, eſt linea quædam curva BDNH, (Fig. 116); cujus natura non melius quam ab illius geneſi poteſt intelligi. Sit igitur recta quædam

dam CX utrinque in infinitum producta, in eaque ſecetur recta, ſeu ſegmentum CE, arbitrariæ omnino magnitudinis: ab E & C verſus utramque partem ſecentur in eadem recta partes, ſeu ſegmenta æqualia lineæ CE; a ſingulis ſectionibus A C E G, &c. rectæ erigantur ad A G perpendiculares, & inæquales: ea ſemper lege creſcentes, aut decreſcentes, ut linea GH ſit ad aliam EF, ſibi immediatam, ut ipſa EF ad proxime ſequentem, & ita deinceps. Rurſus ſegmenta æqualia AC, CE, EG &c. in partes æquales ſemper dividantur, & ex diviſionum punctis novæ erigantur lineæ prioribus parallelæ, & infinitæ AG perpendiculares, eo ordine ſemper creſcentes, aut decreſcentes, ut quælibet ex hujuſmodi rectis IL ſit media proportionalis inter MN, OP, ſibi utrimque immediatas: per ſingulas rectarum omnium extremitates HSFPLDB &c. ducatur linea curva HDB, eamque lineam *Logiſticam* nuncupamus. Illius axis eſt recta infinita AG; rectæ vero AB, CD, MN &c. axi perpendiculares, nuncupantur *Applicatæ ad axim*.

Duæ inter alias hujuſce curvæ proprietates maxime celebrantur; prima: Si ab eodem puncto C verſus eamdem partem G v. g. aſſumantur omnes applicatæ, & baſis ſegmenta, duo fiunt ordines, & proportiones, Geometrica una, Arithmetica vero alia: Rectæ enim, ſeu ſegmenta CM, CI, CO, CE, CX creſcunt in proportione Arithmetica 1. 2. 3. 4. 5. Rectæ autem CD, MN, IL, OP, EF, applicatæ ad axim augentur in proportione Geometrica.

Ex prima hac proprietate, & curvæ geneſi alia naſcitur proprietas, ſcilicet abſciſſarum ſeriem CM, CI, CO, CE, &c. eſſe logarithmos alterius ſeriei reſpondentium applicatarum CD, MN, IL, OP. &c.

Tertia proprietas eſt, curvam logiſticam HB in infinitum productam magis ſemper, & magis ad axim GA accedere, quin tamen illum tangere, aut ſecare umquam poſſit: ac proinde axis SA eſt aſymptotos logiſticæ HB. Cum enim ſemper ſervetur proportio Geometrica majoris inæqualitatis inter applicatas v. g. SX, TE, PO, &c. eæ ſemper

decreſcent, quin tamen ad *Zero* O, ſeu nihil devenire poſſint.

APPENDIX ALTERA

230. Exercitatio Geometrica ſeu communia aliquot Problemata ad praxim utilia, & ab Elementari Geometria deſſumpta, quæ tamen Philoſophi Tyrones, qui Geometricis rebus parum delectantur, aut in iis ad praxim reducendis tempus impendere nollunt, libere omnino omittere poterunt, dummodo Elementa hactenus explicata rite intelligant, & teneant.

Priuſquam ſequentia problemata proponam, pauca in tyronum gratiam animadvertam, quibus illorum lectio, atque ſtudium non leviter commendari, atque ſuaderi poſſe exſtimo: primum: ſterile omnino fore totius Geometriæ ſtudium, ſi ingenioſi alioquin Geometrarum labores, theoremata, demonſtrationes in ſola rationis ſpeculatione abſolverentur, quin ulla inde in res phyſicas, in artes, in civilem hominum ſocietatem utilitas derivaretur: maxima vero quæ ex Geometria in commune hominum beneficium provenit utilitas, in ipſa problematum reſolutione conſiſtit: ſecundum: communia, quæ modo proponam problemata, & eſſe intellectu, atque demonſtratu facillima, & uſui eſſe in humanis rebus, mechanicis ſcilicet, liberalibuſque artibus frequentiſſimo; & ipſum ſtudentis tyronis animum poſt theorematum demonſtrationes tædio nonnihil affectum ſublevare, atque ad ſtudium ulterius proſequendum confirmare. Poſtremum hoc eo magis in ſemetipſo verum eſſe ſtudioſus adoleſcens experietur, quod ita a natura comparati ſimus, ut practicas illas Geometricas regulas ignorare erubeſcamus, quas a mechanacis etiam artificibus, demonſtrationum penitus ignaris, in uſum paſſim, & faciliter adhiberi obſervamus. Ut res igitur palato magis arrideat, problemata ſaltem aliqua familiari exemplo illuſtrabimus; ut demonſtratæ etiam in elementis veritates altius menti infigantur: aliorum vero uſum indicabimus.

PROBLEMA I.

231. ***Datam rectam quamcumque finitam in duas partes æquales perpendiculariter ſecare.***

Reſolutio. Ab extremis A B (Fig. 7.) datæ, intervallo ejuſdem rectæ A B ducantur arcus, qui ſe mutuo ſecent in duobus quibuſcumque punctis C D; recta C E D ab una ad alteram ſectionem ducta datam rectam biſecabit in E.

Demonſtratio. Patet ex numero 67: cum enim ſint æquales C B, C A, B D, D A; erit C D perpendicularis ad A B, eamque in partes æquales dividet juxta demonſtrationem numero citato datam. Hoc problema in quamplurimis artibus infinitum habet uſum: illudque paſſim ab agrimenſoribus, ædificiorum delineatoribus, fabris lignéariis, aliiſque artificibus ſolvi animadvertes.

PROBLEMA II.

232. ***Ex dato puncto*** A (Fig. 5.) ***extra datam rectam*** C B ***perpendicularem ad eamdem rectam*** C B ***ducere.***

Reſol. Ex puncto A, tamquam centro, deſcribatur arcus, qui datam rectam in duobus punctis C B dividat; ex iiſdem punctis C B, tamquam centris, intervallo C B deſcribantur duo arcus ſe ſe in puncto quocumque D interſecantes; recta ex dato puncto A per arcuum interſectionem D uſque ad datam rectam C B producta, erit perpendicularis quæſita. Demonſtratio patet ex num. 67: ſunt enim æquales B D, C D, & item B A, C A: eſt igitur A D perpendicularis ad C B. (*n.* 67).

In plurimis artibus, in figuris ſupra Chartam deſignandis, in agrorum dimenſionibus, in altitudinibus inveniendis hujuſmodi problema adhibetur. Supra Chartam circino, in campo chorda bene tenſa rem expedies.

PROBLEMA III.

233. *Ex dato punƈto* A (Fig. 6.) in data reƈta BC *perpendicularem excitare*.

Reſol. ex punƈto A in data reƈta aſſumantur utrimque æquales partes AB, AC: ex punƈtis B C, tamquam Centris, communi intervallo deſcribantur arcus, qui ſe ſe in punƈto D interſecent: reƈta AD, ex dato punƈto A ad interſeƈtionem D produƈta, erit perpendicularis quæſita. Demonſtratur ex num. 67. Sunt enim æquales AB, AC per conſtruƈtionem, & BD, CD (*n.* 60): ergo DA eſt perpendicularis (*n.* 67).

Reſolutio ſupponit, punƈtum datum B non eſſe extremum datæ reƈtæ BC, ſed ab extremo diſtare, vel ſaltem datam reƈtam facile in utramque partem à dato punƈto B produci. Si tamen punƈtum datum B foret datæ reƈtæ extremum, neque eam continuare velim, aut commode poſſim; alia regula inferius numero 235 proponenda, & demonſtranda ſolvetur problema. Hæc etiam praxis eſt in omnibus figurarum delineationibus ſupra chartam, in agris, in mechanicis artibus uſitatiſſima.

Reƈta ſupra chartam continuatur ope regulæ, quæ continuandæ reƈtæ applicetur, & congruat: ratio probandæ regulæ eſt; lineam reƈtam illius ope ducere, & poſtea, inverſa regula, reƈtam aliam ſupra priorem jam deſcriptam deſcribere: ſi utraque congruat, reƈta eſt regula; ſecus, ſi non congruat.

In Campo ducitur ab uno ad alium locum diſſitum ope lineæ viſualis, quam per pinulas quadrantis a loco, ubi exiſtimus, in datum locum collimantes duƈtam intelligimus, & per interpoſita aliqua ſigna notamus. Sed hæc fuſius alibi proſequimur.

PROBLEMA IV.

234. *Per punƈtum quodcumque datum* B (Fig. 10.) *extra reƈtam datam* CA *ducere reƈtam* EF *datæ reƈtæ* CA *parallelam*.

Reſol. Ex punƈto B ducatur reƈta BX ad da-

tam

tam rectam CA perpendicularis (*n.* 229): ex eodem puncto B excitetur alia recta BE ad rectam BX perpendicularis: erit recta EBF parallela quæſita. Demonſtratur ex numero 71. Rectæ enim EF, CA eidem rectæ BX perpendiculares, ſunt parallelæ. Multo faciliorem praxim poſt immediatum problema proponam.

Juxta regulam igitur ſtatim proponendam, & demonſtrandam problema ſolves, cujus uſus eſt latiſſimus. Recta v. g. data CD (Fig. 25.) ſit, vel in Charta, vel in Campo, excavandi Canalis ripa, dividendi Campi, conſtruendi palatii latus: datur punctum B extra datam rectam, per quod aliud Canalis latus priori parallelum in Charta, aut in Campo ducendum eſt independenter ab omni, & quacumque linea perpendiculari.

PROBLEMA V.

235. *Angulum* L (Fig. 24.) *dato angulo* A *parem conſtruere.*

Reſol. Ex puncto A intervallo AB deſcribatur circino arcus BC inter anguli latera: pari intervallo LM ex puncto L deſcribatur per M arcus MO; tum apertura circini aſſumatur arcus BC, anguli dati A menſura; eademque apertura ex puncto M abſcindatur arcus MO; ducta denique ex L per O, extremitatem arcus, recta LO, erit angulus L per conſtructionem angulo A æqualis.

Per punctum igitur N (Fig. 23.) extra datam rectam CD ducetur parallela AB eidem rectæ CD, ſi ducta utcumque NV, ita ut datam rectam ſecet, fiat angulus externus X angulo interno, & oppoſito S æqualis. Demonſtratur ex numero 86.

236. Problema pariter ope angulorum alternorum NM (Fig. 25.) æqualium (*n.* 85.) reſolves; communi ſcilicet intervallo BC ex punctis B, & C, arcus RS deſcribendo.

In campo ſit columnarum, aut arborum ſeriei A N NB (Fig. 77.) ordo alius parallele diſponendus per punctum M: habeatur ſemicirculus AFB (Fig. 76.) in gradus & minuta diviſus, & præter pinulas AB, alidada, ſeu regula inſtructus, quæ circa

centrum B libere convolvatur, & perforatis pinulis, aut teleſcopio ſit prædita: hujuſmodi ſemicirculum ita diſpone in A, ut illius planum ſit horizontale, & ex A per foramina pinularum A B punctum M videas; aliam regulam ita circa centrum B, immoto inſtrumento, converte, quoad ex regulæ E F extremo E (quod in R ſupponi poteſt) per pinularum foramina, aut teloſcopium collimando videas arborem B: nota arcum interceptum inter B, & F, hoc eſt, angulum, ſub quo ex A vides diſtantiam B M. Poſtea vero inſtrumentum in M translatum ita diſpone horizontaliter, ut per priorem regulam A B videas ex M punctum, ſeu primum ſignum A: ſi alia regula E F obſervatum angulum adhuc in inſtrumento indicat, & per illam ex M verſus partem X collimes, linea illa viſualis, & quidquid in illa obſervaveris, erit priori A N N B parallelum.

Non diſſimili modo, eodemque, aut ſimili inſtrumento in agris ex puncto quocumque A ad rectam datam A B perpendicularem duces v. g. A X: Inſtrumentum enim horizontaliter diſpone, & regulas A B, E F ita convolves, ut angulum rectum, hoc eſt, quadrantem comprehendant. Poſtea vero ſi per unam collimes in B, per aliam collimando verſus X; ea linea recta viſualis erit perpendicularis quæſita.

PROBLEMA VI.

237. *Per data tria puncta* A B C (Fig. 16.) *extra rectam lineam poſita circulum deſcribere.*

Reſol. Jungantur rectis A B, B C tria puncta data; poſteaque rectæ A B, B C ductis rectis F D, H D bifariam, & perpendiculariter ſecentur. Ex puncto D, duarum rectarum concurſu, tamquam centro per punctum C v. g. ductus circulus per alia etiam puncta tranſibit.

Demonſtratur ex numeris 74, 75. Quoniam enim ſunt æquales anguli D I C, D I B, prætereaque latera D I, I B æquantur lateribus D I, I C; erunt D C, D B æquales (*n.* 126): eodem modo probabitur D B, & D A eſſe æquales: D igitur eſt centrum circuli tranſeuntis per A B C.

PRO-

PROBLEMA VII.

238. *Dati circuli centrum invenire.*
Problema eſt immediate antecedenti prorſus ſimile. In figurarum delineationibus, in circularium fere Agrorum, Civitatum, Lacuum centris inveniendis maxime locum habet.

Reſol. Detur igitur Circulus jam deſcriptus A B E, (Fig. 16.) cujus centrum quæritur. Ducantur utcumque duæ chordæ quæcumque A B, BC: utramque perpendiculariter biſeca rectis H G, F E; dico factum, quæſitumque circuli centrum eſſe communem illarum duarum perpendicularium interſectionem D. Utraque enim illarum tranſit per centrum (*n.* 74): hoc igitur neceſſario eſt communis illarum ſectio D.

PROBLEMA VIII.

239. *Datum arcum circularem bifariam dividere.*
Proponitur arcus, aut ſegmentum circulare D A E R (Fig. 14.) in duas æquales partes dividendum. *Reſol.* Ducatur Chorda D E, dati arcus extrema conjungens: hujuſmodi chordam perpendiculariter biſeca (*n.* 231), ducta recta A R: dico factum.

Demonſtr. Cum enim A R perpendiculariter, & in duas æquales partes ſecet chordam D E (per conſtruct.); erunt æquales D R, R E, ſicut & DA, A E (*n.* 67). Si autem Chordæ A D, A E ſunt æquales, etiam arcus D A, A E æquantur (*n.* 60. *axiom.* 3.).

Arcus circularis cujuſcumque dati D A E centrum per problema ſuperius invenitur: hoc igitur in Optica, præcipue vero in Dioptrica ad lentis cujuſcumquo convexæ, aut concavæ centrum, & focum inveniendum inſerviet.

PROBLEMA IX.

240. *Supra datam rectam* A B (Fig. 41.) *triangulum æquilaterum deſcribere.*
Reſol. Ab extremitatibus A B datæ rectæ, tam-

quam

quam centris, intervallo AB deſcribantur arcus, qui ſe ſe in O interſecent, ductiſque ab extremitatibus A B ad ſectionem rectis A O, B O, erit A B O triangulum æquilaterum, ut ex conſtructione patet.

PROBLEMA X.

241. *Per extremitatem* B *rectæ* B D (Fig. 31.) *perpendicularem ducere*.

Reſol. Per duo data puncta B D datæ rectæ extremitates ducatur circulus (problema 6.), & a puncto D per centrum O ducta diametro D C, ex C, diametri extremitate, ducatur C B ad datam extremitatem rectæ datæ; erit C B perpendicularis quæſita. Demonſtratio patet evidenter ex numero 90, & 91. Angulus enim C B D eſt angulus in ſemicirculo (*n.* 88.): ergo eſt rectus (*n.* 91): ergo C B eſt perpendicularis ad B D, per cujus extremitatem tranſit.

PROBLEMA XI.

242. *Supra datam rectam* A B (Fig. 47.) *quadratum, aut rectangulum excitare*.

Reſol. Ex puncto A erigatur A C æqualis, & perpendicularis ad datam A B; poſtea ex punctis C B, tamquam centris, intervallo A B deſcribantur duo arcus, qui ſe mutuo ſecabunt in D: ex iiſdem punctis C B ad interſectionem D ducantur rectæ B D, C D; dico factum. Demonſtratio patet ex conſtructione, & ex numeris 96, 105; omnia enim latera ſunt æqualia: deinde cum anguli oppoſiti ſint æquales (*n.* 105), & A ſit rectus, etiam D erit rectus: recti etiam erunt B C; ſunt enim pares inter ſe, & æquales duobus rectis; cum quatuor anguli ſimul ſumpti A B C D ſint æquales quatuor rectis.

Similiter ſupra datam rectam B A (Fig. 46.) rectangulum B D datæ altitudinis B C excitabis, ſi, erecta ex B perpendiculari B C, ex puncto C intervallo B A, & ex puncto A intervallo B C deſcribantur arcus ſeſe mutuo ſecantes in D, ducanturque ad D rectæ A D, C D.

PRO-

PROBLEMA XII.

243. *Supra rectam datam* AC (Fig.48.) *Rhombum, ſeu parallelogramum quodcumque ſub dato Angulo* O *conſtituere.*

Reſol. ex puncto A erigatur AB, ita ut angulus A ſit æqualis angulo O: AB erit æqualis, aut inæqualis rectæ AC pro qualitate, & natura erigendæ figuræ. Poſtea ex puncto B intervallo AC, & ex puncto C intervallo AB deſcribantur arcus, qui mutuo ſecentur in D, ductiſque rectis CD, DB dico factum. Demonſtratio eſt eadem modo adducta.

PROBLEMA XIII.

244. *Dati cujuſcumque polygoni regularis* RXZ (Fig. 49.) *angulum* R, *ſeu anguli valorem invenire.*

Reſol. Detur v.g. polygonum 6. laterum: per numerum laterum polygoni, (nimirum 6. in dato exemplo) dividatur tota circumferentia circuli, ſeu 360 gradus: quotus 60; ſeu ſexta pars circumferentiæ, hoc eſt, arcus RA ex ſemicircumferentia RAE, ſeu ex 180. gradibus ſubtrahatur; reliquum, hoc eſt, 120. gradus, ſeu arcus AXE erit valor dati anguli R polygoni regularis dati. Demonſtratio patet ex numero 90: menſura enim anguli R eſt dimidium arcus AET cui inſiſtit, hoc eſt, arcus AXE., ſeu dimidia circumferentia RA, XE ablato arcu RA.

Hujus problematis beneficio polygona quæcumque regularia ſupra datam rectam in Charta, aut in Campo facile deſcribimus, aut deſcripti cujuſcumque polygoni regularis v. g. propugnaculi, arcis, civitatis typum formabimus; cum hujuſmodi delineationum caput ſit, deſcribendarum figurarum angulos agnoſcere. Id tamen clarius ex ſequenti problemate conſtabit.

PROBLEMA XIV.

245. *Supra rectam datam* AB (Fig. 57) *polygonum quodcumque regulare datum* SMP *conſtruere.*

Reſol. Ad puncta AB datæ rectæ extremitates, fiant anguli QAB, ABQ æquales dimidio anguli TSP polygoni dati: ex puncto Q ubi latera AQ, BQ concurrunt, intervallo QA deſcribatur circulus AEC, in eoque unica circini apertura AB ducantur chordæ BC, CE &c. quæ polygonum quæſitum component.

Demonſtratio deducitur ex numeris 106, 107: deſcriptum enim ſupponatur polygonum quæſitum ABCE; circulus Q neceſſario tranſibit per puncta ABCEK æque diſtantia á centro Q, atque ſingula puncta A, B: circulus igitur Q polygonum circumſcribit, & chordas AB, BC &c. exacte comprehendit.

246. Hæc regula nos docet, quo pacto cujuſcumque regularis figuræ, v. g. arcis, civitatis, & cæterarum typus formetur, & in charta, aut campo exhibeatur. Pone enim SMP propugnaculum quoddam eſſe regulare, cujus typum deſcribere, atque habere oporteat. Data ſpecie polygoni, hoc eſt, ejus laterum numero, per ſuperius problema habebis angulum, ſeu angulorum ſingulorum v. g. TSP gradus: illius igitur anguli dimidium facile invenies: Si igitur ſupra exiguam lineolam AB typum, prædictæ figuræ omnino ſimilem, deſcribere velis, rem expoſita modo ratione obtinebis.

Quod ſi figura, cujus typus ſupra chartam eſt delineandus ſit omnino irregularis: praxim inferius numero 267 exponendam adhibebis.

PROBLEMA XV.

247. *Quadratum plurimis ſimul quadratis æquale conſtruere.*

Reſol. Sint duo, 3, 10, 20 quadrata &c., quæritur unum omnibus æquale. Sint primum duo quadrata AD, CB (Fig. 47: 55): eorum latera æqualia rectis

XZ

X Z (Fig. 54) diſponantur ad angulum rectum, ductaque CB, ut compleatur triangulum rectangulum, erit quadratum ſupra CB æquale duobus quadratis CB, CB (*n* 110): Rurſus tertium quadratum, hoc eſt, illius latus, erigetur perpendiculariter in B, ſitque B, Y; ducatur CY; eritque rurſus CY latus quadrati æqualis tribus ſimul quadratis XZBY; & ita deinceps continuari poterit, & quadratum pluribus ſemper; & pluribus datis quadratis æquale inveniri, ut evidenter patet ex numero 110.

Hoc problema, quod poſtea fiet univerſale, & ad omnes alias figuras ſimiles extendetur, in æſtimandis, dimetiendis, comparandis, & permutandis agris, plurimiſque aliis rebus locum habet. Agrum v. g. quadratum (idem de aliis poſtea dicemus) cum plurimis aliis campis quadratis, ſed minoribus permutare volumus: ne tamen dolus, aut error in permutatione locum habeat, quæritur, ſit, nec ne aliqua ex parte exceſſus, an vera potius æqualitas interveniat? Si permutare velis tres agros quadratos v. g. AI, BG, AE (Fig. 53) cum agro CABD; (Fig. 47) æqualitatem, inæqualitatem, atque differentiam expoſita ratione comperies.

248. Quod ſi plurima ſint quadrata cum eodem comparanda, atque unum omnibus æquale inveniendum, rem multo facilius hac ratione obtinebis: ſupra rectam LR (Fig. 4:) indefinitam erigatur perpendiculariter RO etiam indefinita: duorum priorum quadratorum latera LR, RV ſupra illas rectas ita aſſumentur, ut angulum rectum efficiant: ducemus hypothenuſam LV, & habebimus latus quadrati primis duobus æqualis. Hanc rectam LV diſpone ex R ſupra rectam indefinitam & ſit v. g. RO; aſſume tertii quadrati latus, quod in indefinita etiam RL accipiatur, ſitque RL; ducatur LO; erit hæc quadrati latus tribus quadratis æqualis, atque ita in infinitum continuari res poteſt.

PRO-

PROBLEMA XVI.

249. *Datorum Quadratorum differentiam invenire.*

Hujus problematis idem, atque præcedentis, vel major etiam uſus, & utilitas exiſtit. Permutandi ſint duo agri quadrati (idem ad omnes alias figuras ſimiles infra extendetur), quorum latera ſunt v. g. LV, LR (Fig. 4.); quæritur differentia.

Reſol. A puncto R ſupra indefinitum RL aſſumatur latus dati quadrati RL; alterius item quadrati latus LV circino aſſume, unoque illius crure in L defixo, alium convolve, donec indefinitæ RO occurrat v. g. in V; ducta recta LV, erit RV differentia agrorum quæſita: ſeu ager alius quadratus, cujus latus ſit RV, erit datorum agrorum differentia. Eſt enim quadratum LV æquale duobus LR, RV.

PROBLEMA XVII.

250. *Datis duabus rectis* CD, BD, (Fig. 68.) *mediam proportionalem* AD *invenire.*

Reſol. Diſponantur in directum datæ rectæ, ut unam ſolam efficiant, ſupra quam, ut diametrum, deſcribatur ſemicirculus CAB; deinde ex puncto D, communi utriuſque rectæ extremitate, erigatur perpendicularis DA uſque ad periphæriam; erit DA media proportionalis quæſita.

Demonſtr. ex num. 128: eſt enim CD ad DA, ut DA ad DB:

Mirum eſt, quam latiſſime pateat per Geometriam univerſam, & alias ſcientias mathematico-phyſicas hujuſce problematis uſus. Non levis etiam eſt ejuſdem fructus, quod ope mediæ proportionalis figuras quaſcumque planas ſimiles augere, aut diminuere Geometrice poſſumus in quacumque ratione data, hoc eſt, campum quemcumque, civitatem, provinciam aut illorum typum in data quacumque ratione augere, vel minuere. Id vero inferius problemate 33 docebitur.

PRO-

PROBLEMA XVIII.

251. *Quadratum æquale rectangulo dato invenire.*

Reſol. Rectanguli cujuſcumque dati duo latera inæqualia v. g. CD, DB (Fig. 68.) ita in directum diſponantur, ut rectam efficiant CDB: ſupra eam rectam, tamquam diametrum, bifariam diviſam deſcribatur ſemicirculus CAB: deinde ex puncto D, utrique rectæ communi, erigatur perpendicularis DA uſque ad periphæriam: dico quadratum rectæ DA eſſe æquale rectangulo D dato ex CD, & DB.

Demonſtratio patet ex numeris 127, 128: Sunt enim proportionales CD, DA, DB (*n.* 128): ergo quadratum mediæ DA æquale eſt rectangulo duarum extremarum CD, DB (*n.* 123.)

Rem efficiet clariorem rectangulum, & quadratum CABD (Fig. 51.): quæritur ſcilicet campus quadratus AD, qui ſit æqualis campo rectangulo ABDC (Fig. 55.). Duobus igitur rectanguli lateribus CA, CD in eamdem rectam diſpoſitis quære mediam proportionalem.

Quod ſi illud quæreretur, an agri CB, CB quadratus, & rectangulus, eſſent æquales, an inæquales, & quale eſſet inter illos diſcrimen, facile utrumque obtinebis, ſi per datam regulam rectangulum CB in æquale ſibi quadratum convertas: id vero quadratum cum propoſito alio quadrato AD conferas, ut problemate 16 docuimus.

PROBLEMA XIX.

252. *Dato triangulo cuicumque rectilineo* KML (Fig. 52.) *quadratum æquale conſtruere.*

Beneficio hujus problematis figuram quamcumque planam rectilineam in quadrata reducere, & convertere edocemur, ut eo pacto reductæ comparari inter ſe poſſint, earumque proportio inveniri: cum enim omnes figuræ planæ reſolvi poſſint in triangula (*n.* 112); ſi triangula ſingula in ſingula æqualia quadrata converti poſſint, cunctaque tandem quadrata in

unum

unum omnibus æquale reducuntur (*n.* 247), manifeſtum eſt, cuicumque figuræ planæ rectilineæ quadratum æquale conſtrui poſſe. Quanta ergo ſit hujuſce problematis utilitas nemo non videt.

Reſol. Campo triangulari KML fiat æquale rectangulum KO, quod fiet, ſi baſi KL biſecata in N, ſupra dimidiam baſim KN fiat rectangulum KO ſub eadem trianguli KML altitudine: huic rectangulo æquale quadratum conſtrue per problema 18, & dico factum.

Demonſtratio ex ipſa problematis conſtructione, atque ex numeris 105, 109 eſt manifeſta.

PROBLEMA XX.

253. *Datam quamcumque ſuperficiem, ſeu campum quadratum, triangulare, rectangulum, parallelogrammum, aut circulum metiri.* (Fig. 46; 47. 48. 49. 51. 58.)

Reſol. patet ex numeris 111, 112, in quibus rationem ejuſmodi ſuperficies dimetiendi tradidimus, & demonſtravimus. Quod ſi campi, ut plerumque fit, figuram habeant irregularem &c., eo caſu tota ſuperficie in plurimas partes diviſa ſingulorum ſegmentorum ſeorſim inſtituitur menſura, ut ex partibus dignoſcatur totum.

PROBLEMA XXI.

254. *Data area Campi triangularis, & illius baſi, invenire altitudinem; aut data altitudine, & area, baſim invenire.*

Reſol. Dividatur tota area per baſim CD (Fig. 51.), quotiens diviſionis erit dimidia altitudo CA; duplicato igitur quotiente, habebis integram altitudinem. Similiter ex altitudine baſim dignoſces. Demonſtratur ex numero 111. Agri vero quadrati, rectanguli, aut parallelogrami baſim invenies, aut altitudinem, diviſa ſolummodo area per altitudinem, aut baſim. Ex numeris 111, & 112 non modo quadratas, ſed cujuſcumque alterius figuræ ſuperficies dimetiendi rationem doceberis.

PRO-

PROBLEMA XXII.

255. *Dato circuli ſemidiametro*, v. g. *ſemidiametro Telluris, invenire circumferentiam, & totam aream, maximi ſcilicet terræ circuli.*

Reſol. Datur U H (Fig. 50.) telluris ſemidiameter, quæ 1200 Leucas Geometricas continet; quoniam diameter eſt ad circumferentiam, ut 7 ad 21. proxime, ſeu ut 1. ad 3 (*n.* 114): multiplicetur ſemidiameter U H per 6: ſumma 7200, erit circumferentia circuli, ſeu Telluris. Deinde inventa circumferentia 7200 per dimidium ſemidiametri, hoc eſt per 600 multiplicetur productum 4320000 eſt tota area circuli maximi telluris: tot enim leucas quadratas continet.

Hæc Regula nos docet, quot leucas, milliaria, aut paſſus quadratos habeat data aliqua provincia, civitas, aut ager circularis, aut fere circularis, ſi illius radium, vel diametrum agnoſcamus.

PROBLEMA XXIII.

256. *Datis duabus rectis* A B, A D, *tertiam proportionalem invenire.*

Reſol. Datæ rectæ ita diſponantur, ut efficiant angulum DAB (Fig. 69); producatur AB ulterius, & abſcindatur B L æqualis ipſi A D; per extrema B D ducatur recta B D: a puncto vero L ducatur L E parallela rectæ BD: tandem A D ulterius producatur quoad rectæ L E occurrat; erit D E tertia proportionalis quæſita ad A B, A D.

Demonſtr. Rectæ B D, L E ſunt per conſtructionem parallelæ: eſt igitur A B ad A D, ut B L ad D E (*n.* 125): quoniam igitur A D, B L ponuntur æquales per conſtructionem, erit A B ad A D, ut A D, ad D E.

PROBLEMA XXIV.

257. *Data circumferentia circuli*, v. g. *maximi Terræ circuli invenire diametrum, ſemidiametrum, & aream ejuſdem.*

Reſol. Dividatur circumferentia 7200. per 3; quotiens 2400. erit diameter, quam proxime: multiplicetur eadem circumferentia 7200., per ſextam inventam diametri partem 600; productum 4320000 erit ejuſdem circuli area in leucis quadratis expreſſa. Licet magnitudines duobus hiſce problematibus inventæ, non ſint exactæ ad veras tamen proxime, & citra notabilem errorem accedunt, ut numero 114. monuimus.

PROBLEMA XXV.

258. *Datis tribus rectis* AD, AB, DE (Fig.69) *quartam proportionalem invenire.*

Reſol. Diſponantur in angulum datæ rectæ, ut figura demonſtrat: ducatur DB ab extremitate rectæ AD, ad extremitatem rectæ AB: ex puncto E ducatur EL parallela ad DB, quoad rectæ AB continuatæ occurrat in L: erit BL quarta proportionalis quæſita. Demonſtratio conſtat evidenter ex numero 125. Cum enim ſit DB parallela ad baſim, erit AD ad DE, ut AB ad BL.

Beneficio duorum problematum, quæ modo ſolvimus, præter alia quamplurima, illud maximi ſane momenti obtinemus, ut proportionem inter datas quaſcumque figuras ſimiles, quarum latera homologa novimus, geometrice cognoſcamus quod ſequenti problemate ſolvitur.

PROBLEMA XXVI.

259. *Invenire rationem, quam inter ſe habent duæ quæcumque figuræ ſimiles, data ratione, quam habent latera homologa.*

Reſol. Proponantur duæ figuræ ſimiles, regulares, aut irregulares v.g. duo agri pentagoni D & Q (Fig.57): vel veras laterum homologorum SP, AB magnitudines habemus, vel eorum tantummmodo rationem agnoſcimus: in primo caſu ponatur AB ducentorum paſſuum, SP contineat quadringentos: eſt AB ad SP, ut 2 ad 4: pone ergo AB duplam rectæ alterius AD, & quære ad has duas AD, AB tertiam

tiam proportionalem BL (*n.* 253): erit figura Q ad figuram D, ut AD ad BL, hoc eſt, ut 2 ad 8. (Fig. 69.)

Alio modo omnem caſum complectenti: Datur ratio inter AB, SP: ſit hæc, ut 5 ad 8: quære horum numerorum quadrata 25, 64: erit figura Q ad figuram D, ut 25 ad 64. Sunt enim figuræ ſimiles, ut laterum homologorum quadrata (*n.* 134).

Si ratio laterum homologorum AB, SP eſſet ſurda, hoc eſt, exprimi numeris non poſſet; ſupra rectas, quæ latera ipſa repreſentant, perficiantur quadrata (*n.* 239), eaque figurarum rationem expriment.

In circulis, & aliis ſuperficiebus curvilineis ſimilibus res eodem modo procedit. Sint duo circuli, vel canales A, & XYO, (Fig. 44.) per quos fluit perenniter, atque eadem velocitate aqua: quærimus circulorum rationem, ut fluentium aquarum proportio innoteſcat: habeantur, aut quærantur radii, vel diametri circulorum, qui in noſtro caſu, ſint ut unum ad tres: quære quadrata unitatis, & numeri 3: erunt hæc, 1, & 9: Circulus igitur A ad XYO, ſeu aqua fluens per primum, ad fluentem per ſecundum eſt, ut 1 ad 9.

PROBLEMA XXVII.

260. *Circulum datis pluribus circulis æqualem deſcribere.*

Problema æque proponi, ac ſolvi poteſt in quibuſcumque figuris ſimilibus, regularibus, aut irregularibus; de omnibus enim eadem eſt ratio, ut ex demonſtratione patebit: uſum vero habere poteſt multiplicem, ut in ſimili etiam diximus numero 244, 45, 46.

Sint, exempli gratia, duo circuli, ſeu canales, per quos aqua perenniter effluit, ut ſenſibili, & obvio exemplo problema ſolvatur, XYV, & AZR, (Fig. 44. 49.) tertium circulum, ſeu canalem conſtruere oportet, qui duos ſimul adæquet.

Reſol. Duos datorum circulorum radios CZ, AV in angulum rectum ABC diſponantur: ea duo latera conjunge hypothenuſa AC: (Fig. 53) dico

 ſa-

factum; hæc ſcilicet hypothenuſa erit quæſiti circuli, ſeu canalis radius; hoc eſt, circulus, cujus radius ſit hypothenuſa AC, eſt æqualis duobus datis circulis, quorum radii ſunt AB, BC.

Demonſtr. Circuli ſunt inter ſe ut quadrata radiorum (*n.* 135): ſi ergo tres rectæ AC, AB, BC ſint circulorum radii, hujuſmodi circuli erunt inter ſe, ut quadrata earum rectarum: quadratum autem rectæ AC eſt æquale duobus aliarum rectarum, ſeu laterum quadratis (*n.* 110); ergo & circulus radii AC eſt æqualis duobus aliorum laterum AB, BC circulis.

261. Simili modo habebis circulum, tribus, quatuor, aut quibuſcumque aliis datis circulis æqualem, ut ſuperius de quadratis docuimus, & demonſtravimus.

Similiter ope ejuſdem regulæ, citato numero demonſtratæ, habebimus differentiam inter unum, & alium circulum datum, hoc eſt, radium circuli, qui ſit exceſſus unius ſupra alium circulum.

PROBLEMA XXVIII.

262. *Data ratione, quam inter ſe habent homologa latera corporum ſimilium, invenire rationem ſuperficierum, & maſſarum.*

Ut problema ad uſum, & rem familiarem applicetur, ſint duo vaſa PM, CB (Fig. 100) figurarum ſimilium, quorum altitudinem PM, CA, vel diametrorum baſium ratio detur, eaque ſit v.g. 3 ad 2; quæritur quænam ſit ratio ſuperficierum, & maſſarum horumce corporum, aut etiam pondera fluidorum quæ in iis continentur.

Reſol. Numerorum 2 & 3 quære quadrata 4, & 9, atque cubos 8, & 27: ſuperficies erunt, ut quadrata 4 ad 9: pondera ſeu maſſæ, ut cubi 8 ad 27.

Idem geometrice obtinebis, ſi poſitis duabus rectis AD, AB (Fig. 69.) quarum prima ſit ad ſecundam, ut 2 ad 3., tertiam proportionalem invenias; ſuperficies enim prædictorum quorumcumque corporum ſimilium erunt inter ſe, ut prima AD ad tertiam proportionalem inventam. Quod ſi ad eas

tres

tres rectas proportionales aliam quartam invenias, ita ut omnes ſint continue geometrice proportionales v. g. P. O. N. M; (Fig. 61.) maſſæ erunt inter ſe, ut prima ad quartam.

Demonſtratio eſt facilis: corpora enim ſimilia ſunt inter ſe, ut cubi homologarum dimenſionum v. g. altitudinum, longitudinum, aut latitudinum. Rurſus corpora ſimilia comprehenduntur æquali numero planorum ſimilium (n. 153): plana autem ſimilia ſunt inter ſe ut ſuarummet altitudinum aut longitudinum quadrata (n. 134): integra igitur unius corporis ſuperficies eſt ad illam alterius ſimilis, hoc eſt, omnia plana unius ſunt ad omnia plana alterius, ut quadrata altitudinum, aut longitudinum (n. 33.)

Eadem eſt ratio quærendi rationem ſuperficierum, & maſſarum in ſphæris, & aliis quibuſcumque corporibus ſphæroidicis ſimilibus, niſi quod in hiſce loco laterum homologorum utimur radiis aut diametris, ut in loco demonſtravimus (n. 136). Exemplum. Semidiameter Terræ habet 1200 leucas geometricas: ſemidiameter Orbitæ ſolaris ex obſervationibus aſtronomicis per 30 leucarum milliones extenditur; ſunt ergo radii ut 1 ad 25000: horum numerorum quadrata ſunt, 1, & 625000000: ergo ſuperficies terræ eſt ad ſuperficiem ſphæricam orbitæ ſolaris, ut prædicta quadrata: rurſus eorumdem ſemidiametrorum cubi ſunt, 1, & 15,625,000,000,000. Ex his diſce alia.

PROBLEMA XXIX.

263. *Datam rectam* A B (Fig. 70.) *dividere in quaſcumque partes volueris æquales, inæquales, & in quacumque proportione data.*

Reſol. Ab extremitate A ducatur utcumque recta infinita A Q Z, in eaque circino a puncto A incipiendo, quot & quantæ libeat magnitudinis partes aſſumes, in ea proportione, in qua datam rectam ſecare volueris: Sit v. g. A B ſecanda in ratione 2. 3. 3. 1; aſſumantur ab A ad T duæ circini aperturæ quæcumque æquales; á T ad V 3; ab V ad Q 3,

a Q ad Z una: ducatur a Z ad B, extremitatem datæ rectæ, Z B; ex punctis vero diviſionum Q V T ducantur uſque ad B A rectæ Q C, V O, T I parallelæ ad Z B, dico factum.

Demonſtratio conſtat evidenter numero 125. Cum enim in triangulo A B Z ſint rectæ I T, O V, C Q parallelæ ad baſim; latera A Z, A B in eadem ratione ſecabunt. Multo facilius problema reſolves, ſi ducta infinita I Q R S, (Fig. 70.) circino in ea ab I verſus S notetur ratio, ſecundum quam dividenda eſt data recta A B (quæ minor ſemper ſtatui poterit, aut major, quam notatæ circino partes I Q R S); poſtea vero ducatur data A B parallela ad infinitam I S; deinde per I & A ducatur recta, quæ cum alia S B, per aliud datæ rectæ extremum ducta, concurrat in C; ex puncto vero C ad ſingula diviſionum puncta I Q R S ducantur rectæ; eæ ſiquidem datam A B in data ratione divident.

PROBLEMA XXX.

264. *Scalam Geometricam coſtruere.*

Scalam geometricam nuncupamus rectam A B 1, 2 (Fig. 72) in partes decupla ratione decreſcentes diviſam. Ducatur recta indefinita A B 2, in qua circino decem partes æquales arbitrarie aſſumantur A B, B 1, 1. 2 &c. Dividatur prima pars A B in decem partes æquales A 9, 9. 8 &c. Ex puncto A erigatur A C perpendiculariter, quæ in decem etiam partes æquales dividatur: Per diviſionum puncta ducantur parallelæ ad rectam A B 1; diviſa tandem C D, rectæ A B æquali, in decem partes æquales, ducantur per diviſionum puncta rectæ tranſverſales 1 D, 2. 1 &c., quibus peractis habes ſcalam geometricam.

In hujuſmodi ſcala, cujus uſus in Geometria practica, & Architectura frequentiſſimus, ſi ſtatuatur A B eſſe decempeda, erit A 9 longitudo pedalis, ſeu decima pars decempedæ; parva lineola 9, 9 erit digitus, ſeu decima pars pedis A 9; lineola 8, 8 erit digitus duplex, ſeu duæ decimæ, & ita deinceps, ut facile ex numero 125. demonſtratur. Præci-

cipuus ſcalæ uſus conſiſtit in dimetiendis magnitudinibus linearibus, earumque proportione, & in figuris, & typis ſervata menſurarum proportione delineandis. Uno aut altero exemplo res fiet clarior. Datas longitudines Z & X ope ſcalæ dimetiemur, & earum proportionem hoc pacto invenies: rectam AB (Fig. 78. 79.) circino comprehenſam auferes ex X quoties fieri poterit v. g. quater, ſi nihil ſuperſit, erit X 40 pedes; ſi ſuperſit pars aliqua OV; aſſumatur circino ea pars; deinde circinum eo uſque per tranſverſales trahatur quoad cum aliqua ex tranſverſalibus parallelis congruat, v. g. cum ſegmento 4 K, in quo ſunt 5 partes decempedæ AB, ſeu 5 pedes, & quatuor decimæ partes pedis, ſeu quatuor digiti, ut indicat nota 4 tranſverſali appoſita: unde ſi AB ſtatuatur decempeda continet X 454 digitos, ſeu 4 decempedas, 5 pedes, 4 digitos: Si alias quaſcumque longitudines eo pacto dimetiantur, earum proportio innoteſcet; AB tamen ſtatui poteſt, ut decempeda ulna, ſtadium, leuca &c. Ponimus hic diviſionem pedis in 10 partes; ſcimus tamen communiter dividi in 12.

Si ædificium v. g. palatium deſignare velis, ope ſcalæ; rem acurate ſecundam datam menſurarum proportionem delineabis. Sit v. g. delineandus feneſtræ typus, cujus altitudo ſit ad latitudinem, ut 8 ad 5 palmos: Statuantur igitur decem palmi in A B, & aſſumatur A 2 pro altitudine, A 5 pro latitudine feneſtræ, & juxta eam menſuram reliquas omnes ædificii partes deſignabis.

PROBLEMA XXXI.

265. *Altitudinem quamcumque ad cujus pedem accedere poſſumus*, v. g. *Obeliſcum* AB (Fig. 74. 75.) *dimetiri*.

Reſol. Latere quadrantis X horizontaliter diſpoſito, eoque adducta alidada EO, ut oculus in C per pinulas, vel foramina verticem obeliſci intueatur; chorda aut virga, aut circino diſtantiam dimetire, quam 80 pedes ſtatuamus: deinde circino aſſumptis, & in ſcala exactæ dimenſis recta CI horizontali, &

IT perpendiculari, quarum prima ſit ſeptem, ſecunda vero 5, quæratur ad hos tres numeros 7. 5:: 80- quartus proportionalis (*n.* 57), qui altitudinem A B pedibus expreſſam dabit.

Extra calculi moleſtiam ope ſolius ſcalæ altitudinem habebimus, ſi ducatur in charta C I 7, perpendicularis I T, 5, C A 80, & A B tamdiu producatur quoad rectæ C T B occurrat; Si enim A B in ſcala dimetiaris, quot pedes contineat innoteſcet: eandem enim habet rationem ad C A in numero pedum, atque in partibus ſimilibus ſcalæ.

PROBLEMA XXXII.

266. *Quantum horizontalis planitiei* R Q *datæ montis declivitati* R O *reſpondeat, invenire.*

Id in praxi ad vendendos, permutandos, & æſtimandos agros ſæpiſſime quæritur, idemque eſt, atque inquirere quantum horizontalis plani plano inclinato reſpondeat.

Reſol. Primum recta R O (Fig. 116), montis declivitas, ut ſupponatur data, aut circino, chorda, vel virga dimetiatur; deinde inveſtigentur anguli R & O, primus quidem ope quadrantis X (Fig. 75.), ſecundus autem ope perpendiculi E A, & regulæ, aut quadrantis, cujus alidadæ ſecundum montis declivitatem ſint accommodatæ; angulum quippe M O S dimetiendo, habes angulum R O Q illi oppoſitum & æqualem. In charta aſſume rectam X Z tot partes v. g. ſcalæ habentem, quod fuerint decempedæ in montis declivitate: ad illius extrema deſcribe angulos X Z angulis R O æquales, ductis rectis X Y, Z Y, quæ in puncto Y concurrent; tandem rectas X Y, Z Y in partibus ſcalæ dimetire: eamdem rationem habebit R O montis declivitas ad R Q planitiem declivitati reſpondentem atque Z X ad Z Y in partibus ſcalæ. Eodem pacto montis altitudo, & latitudo inveniri poteſt, & plurima alia problemata ſolvi.

PRO-

PROBLEMA XXXIII.

267. *Figuram* D *figuræ* Q (Fig. 57.) *ſimilem conſtruere, quæ eam in data ratione excedat, aut ab ea excedatur.*

Quæritur figura ſimilis D, quæ prioris ſit v. g. dupla, aut ſeſquialtera, in ratione ſcilicet DB ad DC (Fig. 68). *Reſol.* ſit v. g. CD dupla rectæ D B, lateris ſcilicet figuræ datæ; quæratur recta DA media proportionalis inter CD. & DB, erit DA latus, ſeu recta SP, ſupra quam erigetur figura D ſimilis, & dupla figuræ Q. Eo modo deſcribi poteſt figura quæ ter, quater, centies, millies, aut in quacumque alia ratione datam comprehendat & ſuperet. Hujuſce igitur problematis infinitus fere erit uſus, ut jam ſuperius indicavi. Uno aut altero exemplo rem illuſtremus. Sit tubus, ſeu canalis, cujus capacitas ſeu ſectio ſit circulus parvus, A, (Fig. 44.) per eumque effluat aqua in data ratione v. g. libra in ſingulis minutis; quæritur alius tubus, ſeu circulus XYV, per quem eodem tempore effluat aqua octupla, hoc eſt, circulus prioris A octuplus. Aſſume circino radium dati circuli A, & ſit DB (Fig. 68.); produc eam rectam in indefinitum, atque ex illa ita producta cape circino 8 partes æquales rectæ DB: ſit v. g. C punctum extremum: quære mediam proportionalem DA ad duas rectas BD, DC (*n.* 247): erit DA radius circuli octuplo capacioris, quam circulus A datus.

Similiter agro cuicumque, civitati, arci D conſtruenda ſit alia ſimilis, ad quam ſit prima, ut M ad P, hoc eſt, ut 16 ad 1. Dividatur figuræ datæ D latus unum SP in 16 partes æquales (*n.* 263), & inter integram SP, & decimam ſextam illius partem quæratur media proportionalis (*n.* 247): media hæc proportionalis erit conſtruendæ figuræ ſimilis latus, ad quam ſit figura D, ut 16 ad 1.

PROBLEMA XXXIV.

268. *Data Sphæræ v. g. Telluris ſemidiametro, reliquas omnes illius menſuras, ſcilicet circulum maximum, ſuperficiem, & maſſam invenire.*

Reſol. Telluris ſemidiametrum, 1200 leucas, duplica, & habebimus diametrum 2400 leucas; diametrum 2400 triplica, productum, 7200 leucæ, erit telluris, ſeu maximi illius circuli circumferentia. Mediam partem ſemidiametri 600 multiplica per maximi circuli circumferentiam 7200; productum, 4320000 leucæ quadratæ, eſt ejuſdem circuli planum, ſeu area. Ejuſmodi area 4320000 ducta in 4, dat productum 17280000, telluris ſuperficiem in leucis quadratis expreſſam. Tandem inventam telluris ſuperficiem 17280000 per 400, quartam partem ſemidiametri, multiplica, & habebimus productum, 6912000000 leucas cubicas, quibus telluris maſſa conſtat. Et hæc ſint tyroni phyloſopho ſatis.

Finis Primæ Partis.

PHI-

HISTORIÆ PHILOSOPHICÆ

SYNOPSIS.

DUO hæc Philoſophiæ hiſtoriam daturo præſtanda eſſe videntur : primum , ut varias , multiplicesque humanæ mentis de rebus Phyſicis , & naturalibus opiniones , & ſyſtemata , eorumque ſyſtematum initia , & progreſſus omnino varios exponat : quæ naturæ phænomena , quas cauſſas , & effectus lapſu temporis homines obſervaverint , quæ rerum arcana detexerint , quove ordine , & tempore in multiplices errores delapſi fuerint , aut emendaverint Philoſophi . Secundum , ut multiplicem Philoſophantium ſectam , diverſa ſectarum initia , progreſſus , & fines referat ; quam Philoſophiæ partem colerent , quove diſcrimine , & opinionum varietate , quaſi characteriſtica nota aliæ ab aliis differrent ſcholæ , obſervato locorum , & temporum ordine explicet . Neque enim unum ſine altero ſatis eſſe exiſtimo ad Philoſophiæ Hiſtoriam , quæ omnia iſthæc meo ſaltem judicio comprehendit . Primum enim peculiarem ſolummodo humanæ mentis hiſtoriam exhibet : ſecundum autem non Philoſophiæ ſiſtemata , & varias hominum de mundanis rebus opinio-

nes, ſed Philoſophorum potius ſectas, & res geſtas comprehendit. Hanc ego mihi ideam in conſcribenda Philoſophiæ hiſtoria exequendam propoſueram; & cum ex alia parte Synopſim tantummodo dare decreviſſem, ne hujus Synopſis brevitas obſcuritatem ſecum afferret, ut fieri plerumque ſolet, in tres partes argumentum omne diviſi. In prima quidem humanæ Philoſophiæ exordium, progreſſum, inclinationem, inſtaurationem, & præſentem, quem habet, ſtatum exponam, rem ipſam a mundi, & hominum natalibus repetens, & ad noſtra uſque tempora deducens; in eaque generalem velut humanæ Philoſophiæ, ſeu humanæ mentis opinionum, & errorum tabulam, & conſpectum offero. In ſecunda omnes Philoſophorum Sectas, & Scholas, indicatis locis, & temporibus, ſingularum ſectarum initia, progreſſus, & finem, characterem, & philoſophandi methodum, notatis inſuper præcipuis ſingularum ſectarum Philoſophis, ante oculos ponam. In tertia demum parte, quam ob indicandam jam rationem ab aliis duabus ſeparavi, & per totam Phyſicam hac illac, prout locus exigebat, diſtribui, præcipuas Philoſophorum circa res maxime naturales, ideas, opiniones, ſyſtemata, inventa, & obſervationes exponebam, ut inter ſe collatis palam omnibus fieret, quis fuerit antiquis Sæculis, quis hodierno tempore Philoſophiæ ſtatus, quam perfectionem ab antiquis, quam etiam a modernis obtinuerit: quanta demum caſui debeamus, & quanta ab hominum induſtria ſint inventa. Tertiam hanc hiſtoriæ partem primis duabus, ut dixi, adjungere ſtatueram; at præterquamquod in majorem, quam par eſſet, excreviſſet molem hiſtorica hæc Synopſis ſi præcipuas Philoſophorum opiniones circa omnia fere Phyſicæ capita hoc loco referrem: conſultius me facere exiſtimavi, ſi ſingulas Philoſophorum opiniones, & particulares eorum circa omnia corpora naturalia ideas ſparſim per omnem Phyſicam, prout locus & argumentum ferret, exponerem, neque enim alicubi melius referrem quid Philoſophi circa marinos æſtus v. g. opinabantur, quam cum ejuſmodi argumentum ſuo in loco pro viribus explicando ſuſciperem.

rem. Ne igitur eadem iterum repetere opus eſſet, tertiam hanc partem ab aliis ſejunxi, & ſparſim per varia loca expoſui; ejuſque rei gratia per omnem Philoſophiam, ubi id locus, & argumentum exigit, propoſitionibus præmitto obſervationes hiſtoricas, quibus Philoſophorum Syſtemata expono. Quod vero tyronibus ſit non modo utile, rerum etiam neceſſarium Philoſophiæ Hiſtoriam non ignorare id ego ſuadere ſupervacaneum duxi, cum omnibus jam ſit hodie manifeſtum. Qui hujuſmodi argumentum pro dignitate, & copioſiſſime tractatum legere velit, *Stanlejum* adeat pleno calamo de hiſce omnibus differentem, *Diogenem Laertium*, *Plutarchum*, *Plinium*, *Senecam*, & mille alios, qui hiſce potiſſimum temporibus rem eamdem aggreſſi ſunt, imprimis vero *Natalem Regnault* Jeſuitam, ut alios omittam.

HISTORIÆ PHILOSOPHICÆ
PARS PRIMA.

CUm nihil aliud Philoſophiæ naturalis, ſeu Phyſicæ nomine intelligamus, quam rerum naturalium, cauſſarum, ſcilicet, & effectuum cognitionem; iſque jure merito cenſeatur Philoſophus, ſeu potius Phyſicus, qui adſpectabilem hunc mundum, variaque & innumera fere corpora, cauſſas, effectus, & phænomena, ex quibus ipſe componitur, recte intelligat, & obſervando agnoſcat, ipſos effectus, & phænomena ex cauſis ſuis deducat, & omnia ad Deum Optimum Maximum tamquam ad communem, primamque rerum cauſam, & principium referat: Humanam Philoſophiam ab ipſis Mundi incunabulis originem ſuam ducere, Adamoque totius humani generis parenti, primum inter omnes Philoſophos aſſignandum eſſe locum, indubium mihi eſſe videtur. Eum quippe hominem Divina ſupremi Numinis manu formatum, in innocentiæ ſtatu conditum, originali gratia, ſeu juſtitia præditum, ab iis ignorantiæ tenebris, quæ originalis juſtitiæ labem conſequuntur, citra dubium Deus ipſe liberavit. Cumque illum etiam multiplici ſpirituali

dono

dono, & cognitionum genere, quæ originis innocentiam, & hominem a Deo ſolummodo formatum decebant, inſtruxerit, univerſique Mundi principem creaverit; omnium ſane terrenarum rerum, animantium, & non viventium cognitione donavit. Neque enim Deus ſupremum Mundi, ſeu terrenarum rerum omnium arbitrum conſtitueret hominem earumdem rerum, & tanti patrimonji ignarum. Id utique non obſcure inſinuat Sacra Pagina: ex ea ſiquidem ediſcimus, Adamum ſingulis animantium ſpeciebus propria impoſuiſſe nomina, quibus ſcilicet ſingulorum naturæ, & proprietates exprimerentur. Longiſſima præterea primi hominis vita ad 930, annos producta, qua terram, & terreſtria fere omnia corpora, datum ſibi a Deo patrimonium, per tot annos ſemper tractabat; perpetua ejuſdem in iis Aſiæ regionibus, quæ & amæniſſimæ, & adeo patentes ſunt, ut terreſtria, & cæleſtia omnia ob oculos ſemper verſarentur; naturalis tandem humanæ mentis ſciendi ardor, quo donatos nos a Deo fuiſſe probe conſcii ſumus, primum hominum parentem ad eam naturalium rerum ſcientiam adduxerunt, quo nulli unquam mortales pervenire poterunt.

Iſtam vero primi hominis ſcientiam, cognitiones, & lumina longiſſimo Octingentorum annorum magiſterio ſæpiſſime audita, in dies fere obſervata, ac repetita filii, ac nepotes acceperunt, aliiſque a ſe ſe genitis, quibuſcum per multa ſæcula converſabantur, tranſmittebant. Unde factum eſt, ut Antediluviani Patriarchæ, longiſſimæ vitæ homines, innumera naturæ arcana ab Adamo obſervata, & audita non ignorarent. Id certiſſime nobis conſtat, ab iis hominibus artes aliquas ad humanam vitam neceſſarias originem ſuam ducere: extra dubium enim eſt, nequaquam illos fuiſſe ignaros tractandi ferrum, lapides, ligna, cæmenta, conſtruendi ædificia, & affines his alias artes exercendi. Fere tamen omnis antediluvianorum Patrum ſcientia, & arcana una cum iis ſub diluvianis aquis perierunt: Neque aliud nobis ex Univerſali illa totius humani generis, artium, & humanæ Philoſophiæ ruina ſu-

ſuperſtes fuit, præter ea, quæ parva Noemi familia ab naufragio incolumis memoriæ commendata ſervavit. Porro Noemus ſexcentos annos cum antediluvianis Patriarchis exegerat, cum univerſale diluvium omnem terræ faciem inundavit; præcipua igitur doctrinæ capita, cum ad Religionem, & natalem mundi Originem, tum ad cœleſtium terreſtriumque corporum naturam ſpectantia ab Adamo, & aliis Patriarchis brevi generationum numero ad ſe tranſmiſſa acceperat, ad poſteroſque ſuos, quibuſcum per 300 adhuc annos poſt diluvium converſatus fuit, tranſmiſit. Equidem Noemum, parvamque illius familiam prodigioſe in dies multiplicatam, ampliſſimæ, & maxime patentes Chaldeæ Regiones, in quibus ſedem fixerat, mira Regionum, & aeris temperies, cœlum ſemper ſerenum, & clarum, nocturna, diurnaque ſidera, ante oculos ſemper girantia, quotidie invitabant, ut nova naturæ arcana, occultaque ex notis antea phænomenis detegeret, novis ſubinde obſervationibus, Scientiam Phyſicam promoveret, aliaſque rerum cauſas, corporum affectiones, & virtutes, milleque id genus alia obſervando deprehenderet. Neque levia nobis ſuppetunt ab eo tempore argumenta præter ea, quæ jam diximus, quibus antiquiſſimam illam ante-diluvianam gentem hujuſmodi ſtudiis operam dediſſe, & Phyſicam non perfunctorie coluiſſe ſuademur. Sinæ ſcilicet, quorum imperium ab ipſo fere diluvio fundatum eſſe conſtat, bene multa Aſtronomiam, Phyſicamque ſpectantia ab iis antiquiſſimis temporibus obſervata, & publicis tabulis notata conſervat. Obſervationes etiam Aſtronomicas a mille, & nongentis annis, hoc eſt, fere a diluvii tempore factas, ad Ariſtotelem e Babilone tranſmiſit Calliſthenes Alexandri Magni Socius.

Ab ampliſſimis Babiloniæ, Aſſiriæ, & Armeniæ campis in univerſam terræ faciem, ampliſſimum Noemi patrimonium, ejus Patriarchæ filii, & Nepotes poſt linguarum confuſionem diviſi, eaſdem rerum cognitiones, quas a Patribus acceperant, ſecum ferebant, & nepotibus quiſque ſuis ſucceſſiva generationum ſerie tradebant. Inde eſt, quod apud om-

omnes nationes plurima lapſu temporis deprehenſa fuerint ſupremi Numinis, Mundanæ originis, Religionis Naturalis, diluvii univerſalis, & id genus aliorum veſtigia. Cum tamen nulla per id tempus eſſet ars typica (qua hominum inventa facile ſervari poſſunt) & nulla etiam in omnibus fere gentibus ſcribendi ratio; inde factum eſt, ut pro humanæ, & corruptæ naturæ conditione, & vitio, quidquid a Noemo, & aliis Patriarchis gentes acceperant, labilique memoriæ archivo commendaverant, multipliciter adulteratum fuerit, & mille fictionibus humanis, hominibus jam idololatriæ ubique deditis, deturpatum. Id tamen potiſſimum in copioſiſſimis illis coloniis verum fuit, quæ a Meſopotamia, & Chaldæa poſt linguarum confuſionem in longinquas terras per univerſum mundum diſperſæ ſunt: eæ ſiquidem a natali Patrum, & omnium artium ſede egreſſæ, nimiumque remotæ acceptam a Parentibus ſcientiarum ſupellectilem ſenſim perdiderunt; & fluentibus ſæculis in craſſiſſimas ignorantiæ tenebras devenerunt, quæ totum fere mundum ſuffuderant. Chaldæi tamen ab antiquis Patrum moribus, inſtitutis, & nativo ſolo non recedentes, cœlum ſemper obſervabant, ſcientiiſque Phyſicis, & artibus colendis intenti vel nova quotidie inveniebant plurima, vel ab antiquioribus jam inventa promovebant. Equidem ex ipſo *Jobi* Libro, antiquiſſimo illo quidem, & per ea tempora inter Chaldæos exarato, manifeſtum eſt, nova, & ignota illis hominibus non fuiſſe plurima ex iis, quæ modo nos de figura Terræ, de Firmamento, de Aſtrorum figura, & motibus, deque multis aliis Phyſicæ ſacramentis demonſtramus. Per idem etiam tempus *Abraham* & patria, & gente chaldæus, ſuæ nationis artibus, & ſcientiis inſtructus, eas ſecum ad Ægyptios, antiquiſſimam Noemi nepotum, ſeu Chaldæorum coloniam, adduxit. At Ægyptii, licet a vera, naturalique Religione, quam ſecum e Babylone attulerant ſenſim deflecterent, & Idolorum cultui addictiſſimi plurimis erroribus acceptum, & traditum ab Hebræis cultum deturpaſſent: naturalium tamen rerum ſcientiam ſtudioſe colebant, & in dies no-

novis ſemper obſervationibus promovebant. Id ſane procedente tempore Græcis omnibus Philoſophis adeo firmiter ratum erat, ut ii Ægyptum, & Chaldæam, tanquam antiquiſſimam Phyſicæ, & aliarum artium ſedem, & primum domicilium dicerent; longaſque præterea peregrinationes ad ea loca inviſenda & ſapientes conſulendnm inſtituerent. Phyſicæ igitur ſtudium a Chaldæa, ubi ſemper floruit ad Ægyptios deductum altas prope Nilum radices egit, & per longa ſæcula inſigniter floruit. Hebræi etiam, Abrahami Soboles, qui per ducentos, & amplius annos in Ægypto commorati ſunt, & ſuas Ægyptios cognitiones Phyſicas edocuerunt, quas ab antiquiſſimis Patriarchis acceperant; omnes viciſſim Ægyptiorum artes adepti, iiſque inſtructi una ſecum ad Palæſtinam, & Phæniciam redeuntes attulerunt. Moyſem enim, Hebræum hominem, ejus gentis ducem, & datum a Deo moderatorem in omnibus Ægyptiorum ſcientiis, Scriptura referente, inſtructum fuiſſe conſtat. Neque aliunde credendum erat, Hebræos longa ducentorum annorum cum Ægyptiis converſatione, aliquid ad eorum religionem, mores, ſcientias, & artes ſpectans non edidiciſſe. Salomoni utique Judæorum Regi omnia tum Chaldæorum, tum Ægyptiorum arcana, innumera item rerum naturalium ſacramenta, hoc eſt ſcientiam Phyſicam, cognita fuiſſe in dubium verti non poteſt. Neque enim politicis tantum rebus, & regnandi arte Reges omnes antecelluit, ſed naturalibus etiam ſcientiis inſtructus de rebus Phyſicis optime meruit. De animalibus enim ſingulis, de piſcibus, de arboribus, de plantis, de herbis univerſis diſſeruit; eorum proinde omnium naturas, proprietates, cauſſas, & effectus non ignoravit. Davidica præterea carmina ad evidentiam nobis demonſtrant, in phyſicis etiam rebus optimum eum Regem nequaquam fuiſſe peregrinum.

Eo pacto ſcientiæ naturales, & reliquæ etiam artes in Aſia primum natæ, inter Chaldæos magno ſemper in honore habitæ, ad Ægyptum, Africæ angulum, & inde ad Palæſtinam, Phæniciam, & Joniam traductæ ab Oriente ad Occidentem, ab Aſia,

& Africa ad Europam noſtram, hactenus per 30, ſcilicet ſæcula ab orbe condito ignorantiæ tenebris obvolutam, accedebant. Græci enimvero ad Aſiam minorem, ſeu Joniam translati plurima ab Hebræis, qui per totum Orientem ſparſi erant, a Phæniciis, commercii cauſa nullum terræ angulum non pervadentibus, & ab Ægyptiis, quos etiam commercii, & curioſitatis, & diſcendi cauſa adibant, paulatim accepere; eaque in Joniam primum, poſtea vero ad Græciam Europæam, nativum illius gentis ſolum reportabant, ut contribulibus ſuis aperirent. Ipſimet Græci, ut erant homines mira prorſus ingenii perſpicacia præditi ſcientiarum, artium, rerum Aſtronomicarum, & Phyſicarum avidiſſimi, longas peregrinationes inſtituerunt, ut eas omnes a fundamentis ediſcerent, & patrium in ſolum transferrent. Ad Phæniciam igitur, ad Ægyptum, Chaldæam, & Perſidem turmatim profecti eas regiones adibant, perluſtrabant, in iiſque morabantur; Ægyptiorum Sacerdotes, Chaldæorum, & Perſarum Magos, ſcientiarum apud eas gentes magiſtros, conſulebant, eorum Scholas frequentabant, & cum eis per annos integros converſabantur. Eorum etiam aliqui ad Indiam uſque penetrarunt, ut illarum regionum, & nationum ſapientes, Brachmanes nuncupatos, conſulerent. Quidquid inter haſce gentes notatu dignum invenere, religionem, mores, leges, artes, ſcientias, in Græciam, & Joniam ſecum afferebant. Laudabilis iſte Græcorum ardor, diligentia induſtria, & nobilis labor quartam ſæculorum decadem fere integram perduravit; & hinc innumeros fere, & mirabiles prorſus viros in omni artium, & ſcientiarum genere excellentes antiquiſſimis illi ſæculis aluit, ſuſpexit, & numeravit Græcia: eorumque ope, ingenio, & labore ad eum gloriæ, & ſplendoris apicem aſcendit, arteſque ſimul perduxit, quo nulla fortaſſe attinget poſteritas. Porro artes omnes ab Aſia in Europam translatæ ad diverſum adeo perfectionis, ordinis, & formæ ſtatum Græcorum induſtria, & ingenio adductæ ſunt, & ab antiqua, quam in Ægypto, & Chaldæa habuerunt, forma adeo ſunt immutatæ; ut novæ artes, novæ ſcientiæ vide-

derentur, Græciaque ipſa earummet artium inventrix aliqua ratione habeatur. Phyſica imprimis inter Græcorum manus ad certam Methodum eſt redacta, & facie longe alia apparuit: facile enim credimus Chaldeæos, Ægyptios, Phænicios ſcientiarum naturalium elementa potius poſuiſſe, quam eas fuiſſe aſſecutos, aut recto ordine tractaſſe. Diſſimulandum tamen haud eſt, plurima lapſu temporis, multiplici Regnorum, & Nationum ruina artis typicæ, & papyri etiam defectu intercidiſſe, quæ ad noſtram memoriam pervenire non potuerunt.

Græci, dum acceptam ab Ægyptiis, & Chaldæis Phyſicam, inſigniter colunt, pro varia ejus gentis indole, patria, politico rerum ſtatu, & regimine jam a ſeptimo ante Chriſtum ſæculo (quo ſane tempore illuſtre eſſe cœpit Græcorum nomen, meritum, & ſplendor) in multiplicem diviſi ſunt ſectam, aliique aliam Philoſophiæ partem pertractarunt: unde multiplex Philoſophorum, & Philoſophiæ ſecta, ſeu ſchola originem habuit. Eodem prope ſæculo *Thales*, e ſeptem Græciæ ſapientibus unus, in Jonia inter Aſiaticas Græcorum Colonias, Athænis *Socrates*, & in Magna Græcia, hoc eſt, in Neapolitano Regno *Pythagoras* Philoſophiam profeſſi, ſectam, ſeu Scholam quiſque ſuam fundabant. Celeberrimos hoſce Magiſtros nobilis diſcipulorum manus ſe ſe perenniter ſuccedentium, & acceptam a magiſtris doctrinam explicantium excepit: quoad varia prorſus ſorte illæ omnes ſectæ, primævuſque earum ſplendor penitus interierunt.

Ab præclaris hiſce totius Græciæ viris, & luminibus, quamplurimiſque aliis, quos modo referam, non ſolum culta eſt Philoſophia, & inſigniter aucta, verum etiam in plures partes ob clarioris methodi gratiam diſtributa, quibus ſenſim operam dabant. Hinc ex ipſomet Philoſophiæ ſinu, fine, objecto, & natura inſignis illa, & vulgatiſſima ejuſdem ſcientiæ partitio in Logicam, Phyſicam, Methaphyſicam, & Æticam derivata fuit. Cum enim omnis ſumma Philoſophiæ ad beate vivendum referatur, in idqne etiam Philoſophi tendant, ut & ad ſpectabilem hunc Mundum, & univerſa corpora in

illo comprehenſa agnoſcant: ab hiſque ad primam rerum originem, & cauſſam, nempe Deum, rerum omnium principium, & finem, ad naturalemque Religionem agnoſcendam, poſtremamque, ad quam nati ſumus, beatitudinem aſſequendam aſpirent; hi c Philoſophiam in tres partes primum diſtribuere, triaque ſibi cognoſcenda & aſſequenda eſſe ſtatuerunt: primo adſpectabilem hunc mundum terreſtria, cæleſtiaque corpora univerſa, phænomena, cauſſas, & effectus complectentem; quod ad Phyſicam ſpectat: ſecundo, veri numinis exiſtentiam, animæ noſtræ naturam, & immortalitatem, plurimaque alia, quæ ſenſibus attingere non poſſumus: hæc autem omnia methaphyſicæ nomine comprehendunt: tertio, morum ſcientiam, & omnia illa, quæ ad Religionem naturalem, humanas Leges, & mutuum civile hominum commercium, & ſocietatem ſpectant; quod Ethicæ objectum eſt, & argumentum. Perperam tamen iſta omnia, aut eorum ſingula aſſequi, & cognoſcere homines ſperarent, niſi aptum prius humanarum cogitationum Criterium agnoſceretur, certaque Methodus, & Leges ſtatuerentur, quibus humana ratio velut manuducta vera a falſis, & certa ab incertis diſtinguere, ſeque ipſam ab erroribus liberare ediſceret: eſt idcirco a Platone, ut creditur, prioribus Philoſophiæ partibus adjuncta ars Logica, univerſale ſcilicet ſcientiarum organum, cujus quidem regulæ, & præcepta eo tendunt, ut humanam rationem, & intellectum ab erroribus avertant, & per rectam veritatis ſemitam ducant.

Ex omnibus hiſce Philoſophiæ partibus antiquiſſima procul dubio cenſeri debet Phyſica; eamque ab hominibus in pretio ſemper fuiſſe habitam: cum enim innumera hæc, & illuſtria objecta, phænomena, & inſignia corpora, quæ hominem ſciendi, & obſervandi avidiſſimum ſemper circumſtant, in ejuſque ſenſus perpetuo incurrunt, humanam rationem per ſe ſe alliciant, in ſui cognitionem invitent, & longe vehementius noſtrum ſciendi ardorem, & curioſitatem moveant, quam abſtracta Metaphyſicæ, & Ethicæ objecta a ſenſibus penitus remota, & ſola

la meditatione, & ratione cognita; exinde factum eſt ut homines longe prius ad Phyſicam, quam ad Dei, & reliquorum ſpirituum naturam, futuramque hominum felicitatem agnoſcendam animum intenderent. Eandem etiam Philoſophiæ partem ab omnibus Philoſophorum ſectis, ſucceſſu licet impari, & varia prorſus fortuna cultam fuiſſe conſtat. *Socrates* enim licet juvenili ætate Phyſicam magnopere coluerit, maturioribus tamen annis morum doctrinæ, ſeu Ethicæ ſe totum tradidit, eamque Philoſophiæ partem inſigniter adeo promovit, & illuſtravit, ut morum ſcientia ſit Socraticæ Scholæ character, & peculiaris ſcopus.

Xenophanes ex adverſo in ſecta, quam poſt Socratis tempora fundavit Ethica prætermiſſa, Logicam ſolummodo, & Phyſicam docuit, & impenſe coluit. (*a*) *Archelaus* nobilis etiam inter Græcos Philoſophus, Phyſicam, & Moralem, Logica omiſſa, pertractavit, & diſcipulos ſuos docuit. *Epicurus* Phyſicus per id temporis celeberrimus, ejuſque diſcipuli primo quidem ſolam Phyſicam, & Æthicam docuere, poſtea tamen referente Seneca (*b*) rationalem etiam Philoſophiam illuſtrarunt, & profeſſi ſunt. *Cynici* tandem, & *Cyrenaica Secta* Ethicæ ſolummodo operam navabant, Phyſicam vero, & Logicam contemnebant, aut ignorabant. Ut tamen ad Socratem redeamus, ab ejuſque tempore argumentum reſumamus: *Plato* Socratis diſcipulus, ſi quis per id temporis alius, omni commendatione digniſſimus, quem omnis retro antiquitas, & Sancti etiam Eccleſiæ Patres Divinum appellarunt; *Plato*, inquam Scholæ celeberrimæ fundator, quam *Academiam* nuncupamus, Phyſicam, & Ethicam primo tractavit, & maxime coluit; iis vero poſtmodum Logicam addidit, quam, ut dixi primus invenit, aut, quod verius crediderim, in formam, & artis normam redegit: quæ nimirum alii ante Platonem ſparſim, & nullo ordine tradiderant, in unum corpus recte coordinatum digeſſit, explicuit, & auxit.

Ariſtoteles Platonis diſcipulus & per 20 annos au-

(*a*) *Sext. Empyr. adv. Log. 1. Sect. 14.* (*b*) *Epiſt. 89.*

ditor, magiſtro quidem ingenio par, probitate, candidis moribus, & bona fide longe inferior, Academiæ deſertor *Peripateticam* Scholam author inſtituit; (cujus fortunam, variam illam quidem, ſtatim delibabimus). Logicam a Platone inventam ulterius promovit, & perfecit: Phyſicam, & Ethicam profitebatur; Metaphyſicam tanquam peculiarem Philoſophiæ partem a cæteris diſtinctam non tradidit, aut proprio nomine explicuit, ſed potius omnem Philoſophiam in Phyſicam, Logicam, & Ethicam diſtribuit: Ariſtotelis tamen Interpretes, & commentatores, *Apellicon*, *Tirannio* grammaticus, & *Andronicus*, in quorum manus, ut ſtatim dicemus, manuſcripti Codices Ariſtotelis indigeſti, nulloque ordine diſtincti pervenerunt, hujuſmodi libros in tres primum claſſes juxta conſuetum Philoſophorum ordinem Logicam, Phyſicam, & Ethicam diviſerunt. Cum tamen aliqui ſupereſſent libri, qui ad nullum ex prædictis capitibus reduci commode poſſent; eos *Meta-Phyſica*, hoc eſt *Poſt Phyſica*, ſeu *Phyſicæ adjecta* nuncuparunt: eaque eſt celeberrimæ in Scholis Phyloſophicæ diviſionis origo, & principium, licet in iis libris, qui Metaphyſica appellantur, nihil fere de Deo, de Spiritibus, Ideis, generalibuſque rerum notionibus ad Metaphyſicam ſpectantibus diſſeratur.

Hujuſmodi Philoſophiæ in quatuor partes diviſionem non omnes Philoſophi, & Philoſophorum Sectæ probarunt: plurimique hodie ſunt, qui priorem diſtributionem a Platone uſurpatam præferant, & merito, meo ſaltem judicio, retineant; cum nihil in Metaphyſica tradi ſoleat, quod ad alias Philoſophiæ partes non æque pertineat. Platonicam igitur diviſionem nos etiam ſequemur, & tenebimus: licet alia ex parte Logicam, non tam artem ſolius Philoſophiæ propriam, quam organum quoddam univerſale ſcientiarum, & introductionem quamdam ad omnes alias artes, & ſcientias comparandas neceſſariam cum pluribus & antiquis, & recentioribus Philoſophis exiſtimamus. Neque enim logica peculiare aliquid de Deo, de Corpore, de moribus & id genus aliis proprie tractat, ſed generales tantum regu-

gu-

gulas tradit, quibus humana ratio in acquirendis ſcientiis uti debeat, ut verum aſſequatur, errores devitet, & dubia ab indubiis diſtinguat.

Græcia Romanorum armis ſubacta, Philoſophia ipſa, cæteræque Græcorum artes, & ſcientiæ per totam Europam, excepta Græcia, hactenus ignotæ, ad Latium & Romam potiſſimum translatæ ſunt, quin tamen inter Græcos in prætio eſſe deſinerent. *Lucretius* Romanorum omnium primus Epicuream, ſeu Atomiſtarum Phyſicam Latio donatam eleganti carmine Romanis tradidit; cujus exemplo Romanæ juventutis animi adeo ſcientiarum, Philoſophiæ imprimis amore ſunt inflammati, ut turmatim in Græciam ſcientiarum ſedem confluerent, ut Græcos audirent Magiſtros, & humaniores litteras, reliquaſque Græcorum artes, & ſcientias in patrium Tiberim, & capitolium adducerent. Unde factum, ut Romani, qui prius a Græcis, quos armis vicerant, Litteris fuerant ſuperati; eoſdem poſtea Græcos omni litterarum genere fere æquarint. Romani tamen, ut & major Græcorum pars, Platonicam Philoſophiam, & doctrinam amplectebantur, & cæteris præferebant, eique potiſſimum operam navabant: hinc Platonis nomen, & Academia non modo inter Græcos, ſed etiam inter Romanos, & Barbaros, ad quos Philoſophia penetrabat, magnopere prædicabatur; Ipſeque Plato *Divinus* paſſim ab omnibus audiebat: adeo ut cum Cicero (idem de aliis Romanis dictum habe) Ariſtotelem philoſophis reliquis anteponeret, *Platonem*, adderet, *ſemper excipio*. Præclara hæc Platonis & Academiæ fortuna, & exiſtimatio quantumvis egregii philoſophi, & illius doctrinæ merito debita videretur, eo etiam de capite potiſſimum oriebatur, quod ejus dogmata moralia, & politica rationi naturali imprimis conformia, Rerumpublicarum regimini, & ſtatui maxime conveniebant. Nihil igitur mirum quod Græcos, & Romanos gentem, ſi qua alia fuit, patriæ libertatis, & Rerumpublicarum formæ amantiſſimam, præ cæteris omnibus ſectis, & Philoſophis demereretur. Eaſdem in Platonem laudes primis quatuor Chriſtiani nominis ſæculis omnes fere Ecle-

cle-

cleſiæ Patres congerebant; Platonem unice amabant, ejus philoſophiam prædicabant, colebant, & amplectabantur, cum Ariſtotelem, Epicurum, eorumque doctrinam diris interim devovebant: propterea quod impia aliqua in Epicuro, & Ariſtotele dogmata Religioni Chriſtianæ, & naturali prorſus contraria deprehenderunt: contra vero Platonis doctrina adeo mire cum Chriſtianis dogmatibus conveniebat, ut ipſe quaſi Divinæ, & Chriſtianæ legis præcurſor quidam fuiſſe videretur. Per ſeptem igitur fere ſæcula, tria ſcilicet ante Chriſtum natum, reliqua poſt Chriſti Nativitatem maximo in plauſu erat Plato; ejuſque doctrina communior per id tempus philoſophia.

Secundo tamen nominis Chriſtiani Sæculo *Potamon* Alexandrinus, pluresque alii philoſophi, excuſſo tot ſectarum ſervili jugo, philoſophandi libertatem ſectis omnibus, & præjudicatis opinionibus prætulerunt; cum enim veritatem unice amarent, & quærerent; illam non in unius tantum hominis ſcriptis, & doctrina reperiri, ſed in omnibus ubique ſparſam, & plurimis erroribus intermixtam eſſe recte judicabant. Eam idcirco ſibi legem impoſuerunt, ut nulli quidem ſcholæ nomen darent, aut in cujuſvis hominis verba jurarent: Sed omnibus, ſinguliſque philoſophorum dogmatibus diſcuſſis, & recte perpenſis aliqua tantum ex ſingulis, quæ vera viderentur, probarent, & tenerent, reliqua omnia rejicerent. Hujuſmodi Sectæ, ſeu potius homines nullius Sectæ propugnatores, aut hoſtes, ob vindicatam dicendi, & philoſophandi libertatem *Philoſophi Eccletici* nuncupati, in Oriente potiſſimum, Ægypto ſcilicet, & Græcia uno, aut altero ſæculo floruerunt, quoad litterarum amor in omnibus fere nationibus penitus interiit, aut fuit inſigniter diminutus, ut ſtatim dicemus.

Romanorum imperio, & potentia continuis Barbarorum irruptionibus concuſſo, & in earum gentium prædam tandem redacto, univerſa Europa, ſi aliquas Græciæ Civitates excipias, amiſſo litterarum ſplendore, & amore in ſupinam omnino, & craſſiſſimam ignorantiam lapſa eſt. Mira hæc Romanæ poten-

tentiæ, & litterarum ruina in quinto noſtræ ſalutis Sæculo in Occidente contigit. Orientale etiam Græcorum Imperium, quantumvis per plurima adhuc Sæcula duraverit, hoſtium tamen irruptionibus, & domeſticis diſſenſionibus fere ſemper afflictum ab antiquo & potentiæ, & ſcientiarum, artiumqne ſplendore mag s ſemper & magis recedebat: eo ſane res devenit, ut in nono præcipue, decimo, & undecimo Sæculo miſeranda barbaries in omnes Europæ gentes eſſet diffuſa: Eccleſiaſtici & Monachi (magna ſaltem pars) vix legere, & ſcribere, Laici vero ne id quidem noſſent; nullumque iis, & ſequentibus temporibus philoſophiæ, bonarum artium, aut ſeveriorum diſciplinarum ſtudium, aut veſtigium deprehenderetur. Ad Arabes Græcanicæ philoſophiæ ſtudium pervenerat: cum enim in eorum manus incidiſſent Ariſtotelis Codices, corrupti illi quidem, & adeo diformes, ut vix ab Ariſtotele ipſo agniti fuiſſent; eum *Mahometani Arabes* philoſophum coluerunt, & ſecum per univerſam Affricam circa Mediterraneum ad Marochianum uſque regnum adduxerunt; unde in Cordubenſem Scholam, occupata per id temporis ab 8. ſcilicet Sæculo a Saracenis Hiſpania, pervenit. Ariſtotelis libros ad Arabes deveniſſe corruptos diximus; res enim eſt prorſus induba, ut inferius ex antiquis Scriptoribus referam, cum de Peripatecis ſingillatim dicam. Peripatetica igitur philoſophia maxime adulterata a Græcis Codicibus corruptiſſimis ad Arabes, ab Arabibus in Hiſpaniam, ab Hiſpania in Galliam, Angliam, Italiam, & reliquam Europam tranſmiſſa a decimo tertio ad decimum ſextum Sæculum cum dimidio Scholas fere omnes occupavit. Et licet aliqui etiamtum Platonem Ariſtoteli præferrent, is tamen poſtremus Divi Thomæ, Scoti, & aliorum commentationibus, & opera illuſtratus, ejus ætatis Philoſophus, & Scholarum Princeps per quatuor Sæcula evaſit.

Silentio tamen prætermittendum non eſt, vix ullum fuiſſe toto eo tempore naturalis Philoſophiæ, ſeu Phyſicæ ſtudium. Peripatetica enim Philoſophia ſecundum Arabum indolem accommodata, & in

Scho-

Scholas traducta Metaphyſicas tantum notiones, & abſtractas ideas tradebat: entia rationis, chymæras, poſſibilia, & impoſſibilia prædicamenta, & id genus alia ſpacioſo verborum apparatu complectebatur: phyſicam rerum naturam, & arcana, uno verbo, philoſophiam naturalem generalibus tantum occultarum qualitatum, & virtutum nominibus exponebat. Nulla enim per ea tempora experimenta Phyſica inſtituebantur; omnes Mathematicæ diſciplinæ penitus jacebant, nullo in loco habitæ: Subtilitatibus, & idearum analyſi inter privata cubicula, & in publicis Academiis unice homines indulgebant, nihil de naturalium compoſitorum, cauſſarum, & effectuum examine ſolliciti. Sæculo decimo tertio ipſa Arabum philoſophia in triplicem ſcholam diviſa fuit: in *Thomiſticam* ſcilicet, cujus princeps D. *Thomas*, præclarum omnino in Scholis, & in Eccleſia nomen: *Scotiſticam*, quæ a *Joanne Duns Scoto*, ſubtili Doctore Franciſcano poſita eſt; & Sectam *Nominalium*, quam *Okamus* præcipue fundavit, & illuſtravit: omnes tamen hujuſmodi Scholæ in iis, quæ ad naturalem philoſophiam ſpectant, non multum diffident, & fere totum earum diſcrimen in Metaphyſicis quæſtionibus, Logicis, & aliis ſimilibus poſitum eſt.

Sæculo decimo ſeptimo novam plane faciem induit Philoſophia. *Renatus Deſcartes*, *Galilæus de Galilæis*, *Petrus Gaſſendi*, *Athanaſius Kircher*, *Nevvton*, *Boyle*, *Comes de Verulamio*, & alii ſervile Scholæ jugum excuſſerunt; Ariſtotelis authoritatem, quæ tirannice Scholaſticos detinuerat, nihili habentes erecto libertatis vexillo libere omnino, prout res poſtulabat, philoſophari cæpere, naturamque propius intueri, & rimari. Ii proinde philoſophiæ reſtauratores jure merito habendi ſunt; cum philoſophiam, & philoſophos a ſervitute liberarent, in meliorem formam reducerent; oculos rebus phyſicis aperuiſſent; viam demonſtraverint, qua ad veram ſcientiam naturalem aſſequendam tum ipſi, tum omnes alii poſſent pervenire. Antea enim per quatuor integra Sæcula toti erant philoſophi, ut Ariſtotelis mentem aſſequerentur: religioni vertebant

ab

ab ejus verbis, & ſenſibus diſcedere; is veritatem aſſequi exiſtimabat, qui pro ſe ſtare Ariſtotelem probaret, illiuſque verba, & textus rem pene definiebant, & religioſe adeo accipiebantur, ut iis contradicere nemo auderet: unde nulli omnino in rebus phyſicis progreſſus, & nullum, ut plurima verbo dicam, naturalis Philoſophiæ ſtudium in Scholis viſebatur. Quantumvis tamen plures elapſo Sæculo extiterint, qui ad Philoſophiam in meliorem formam redigendam plurimum contulerint; inſtauratæ tamen Philoſophiæ gloriam Carteſius ſibi vendicavit; is enim primus omnium fuit, qui contra unanimem omnium Philoſophorum torrentem ſeſe objecit, antiquæ Phyſicæ inanitatem demonſtravit, Scholaſticis oculos aperuit, novam colendæ, & addiſcendæ naturæ ſemitam, & methodum oſtendit, & vindicavit, Phyſicamque, e poſtlimino in Scholas reduxit. At novum philoſophandi methodum non citra pulverem ſtabilire potuerunt Phyſici, obſtrepente undique numeroſa Scholaſticorum familia, quorum animis radices alte defixerat Peripatetica Philoſophia, & Ariſtoteles, ejus gentis idolum. Animoſa tamen ſcholaſticorum contentione ſenſim langueſcente, Ariſtoteles, ejuſque doctrina ubique profligata, & eliminata Carteſianæ, Atomiſticæ, & Experimentali philoſophiæ locum fecit. *Carteſius* ſcilicet imprimis nova methodo Phyſicam aggreſſus, & Geometria in partes advocata, ſcholam fundavit cum Doctoris ingenio, tum doctrinæ ſubtilitate, numeroſaque, & egregia diſcipulorum manu percelebrem: inſigniter quippe rem philoſophicam promoverunt & promovent etiamnum Carteſiani, plurimiſque inventis, experimentis, & phænomenorum explicationibus Phyſicam adaugent. Alia ex parte *Nevvton*, magnum in Britannia nomen, Carteſio aperte æmulus ſubtiliſſima Geometria adhibita, aliud Phyſicum mundi Syſtema explicuit, plurimaque ſtabilivit, quæ cum plauſu recipiuntur. *Petrus Gaſſendus* optime etiam de Philoſophia meruit, dum non ſcholam quidem novam fundavit, ſed antiquam, & pæne obliteratam Epicuri doctrinam, & Sectam repurgavit, in Latium tranſtulit, explicuit, ſtabilivit, & nova luce

ce donavit. Quantumvis tamen plurimi ſint, qui Carteſium, Nevvtonum, & Gaſſendum ſequuntur, fatendum tamen eſt, maximam hominum partem, qui Philoſophiæ navant operam, Eccleticæ Scholæ, ſeu potius inſtituto ſeſe accommodare; hancque hodie eſſe numeroſiorem, & probatiorem philoſophorum nationem, & doctrinam majori pretio habitam. Per idem etiam tempus magno Reipublicæ litterariæ, Phyſicæ potiſſimum beneficio, ſtabilitæ ſunt a Regibus, & viris Principibus in pluribus Europæ Civitatibus Academiæ, ſeu eruditorum hominum Cætus numeroſa inſtrumentorum ſupellectili inſtructi, qui in unum incumberent, ut ſcientiam naturalem promoverent, experimenta, & obſervationes inſtituerent, & naturam, ejuſque arcana, & reconditiora myſteria expiſcarentur. Commendari imprimis debent Regia ſcientiarum Academia Paryſiis a *Ludovico Magno* Francorum Rege anno 1666 primum fundata; deinceps vero ab eodem Rege anno 1699 in meliorem formam redacta (*a*). Regia Societas Londinenſis Londini a *Carolo* ſecundo Anglorum Rege anno 1662 ſtabilita: plurimæ etiam aliæ hoc præſertim Sæculo decimo octavo in Hiſpania, Italia, Germania, Ruſſia, Svecia ejuſdemmet rei gratia inſtitutæ. Optimum ſane hoc phyſicam promovendi, & perficiendi conſilium illuſtres eorum cætuum Academici optime hactenus profecuti ſunt; publicique votis eorum labores reſpondent: mirum enim eſt, quot nova phænomena, cauſſas, & effectus, & corporum proprietates feliciter modo agnoſcimus, & explicamus, in quibus Veteres omnes cæcutire deprehendimus. Hiſtoria naturalis longe ultra eos limites modo tranſcurrit, quos agnoverant antiqui: milleque id genus alia noſtris hiſce temporibus Academiarum obſervationum, experimentorum, & philoſophandi libertatis beneficio adepti ſumus, ut ex toto noſtri operis curſu, & lectione edoceberis.

PARS

(a) *Fontanelle Hiſt. Acc.*

PARS SECUNDA.

PHiloſophia ab Aſia, & Ægypto ad Græcos translata in varias tum primo ſcholas, aut Sectas diviſa eſt, non locorum tantummodo, aut temporum, & præceptorum diverſitate diſtinctas, ſed eo potiſſimum diverſas, quod vel diverſis philoſophiæ partibus explicandis incumberent, vel dogmata omnino diverſa circa idem argumentum propugnarent.

SECTA JONICA.

Quod igitur ad Philoſophorum Sectas attinet, primam, eamque celeberrimam in Jonia, Aſiæ minoris regione, poſuit *Thales* annis ante Chriſtum natum 639. Antiquiſſimus hic Philoſophus inter ſeptem Græciæ ſapientes numeratus, homo quidem patria Mileſius, ſed origine Phænicius, primus Græcos philoſophiam docuit, quam ab Ægyptiis Sacerdotibus acceperat, & Jonicam Sectam Mileto fundavit. Plurima docte ſcripſit, & primus omnium docuit circa aſtrorum motus, & magnitudinem, circa ventos, & alia metheora: æquinoctia deſignavit, eclipſes prædixit, cauſſam detexit; Græcoſque, ut *Cynoſuram*, *ſeu urſam minorem* ad inſtituendam, & perficiendam navigationem obſervarent, admonuit (*a*). Thaletis, Jonicæ Scholæ, & omnium ejuſdem Sectæ magiſtrorum proprius velut character fuit, ut phyſicis rebus potiſſimum, & ſedulo quidem vacarent; a præceptorum verbis, & opinionibus decedere religio ipſis non erat; ſed libere omnino ſenſa quiſque ſua proferebat, quantumvis a præceptoris opinionibus diſcreparent.

Celeberrimum hunc Jonicæ ſcholæ authorem, quem Phyſicorum Principem & Philoſophiæ inter Græcos inventorem aliqui nuncuparunt, audivit, eique in docendi munere ſucceſſit *Anaximander*, qui primus omnium *Gnomonem*, & ejus uſum, *Hoſco-*

(a) *Menagius in Laertium : Clem. Alex. Strom. l.* 1. *pag.* 302.

roſcopia, & *tabulas Geographicas* exarare docuit. Poſt *Anaximandrum* ſuo ordine ſubſecuti ſunt, & Magiſtri locum habuere *Anaximenes*, *Anaxagoras*, qui Scholam ab Jonia in Athenas tranſtulit, & *Archelaus*. Horum poſtremum, Phyſicum ſane antiquorum judicio præſtantiſſimum, & ultimum Jonicæ Scholæ profeſſorem (quam ex parte deſeruit) audivit Athenis *Socrates* circa annos 440. ante Chriſtum natum; eoque tempore antiqua illa Schola finem habuit. Socrates enim Ethicæ, ſeu morali Philoſophiæ, Religioni, & legibus unice incumbens Phyſicam prætermiſit, & Jonicam Scholam ulterius non propagavit, & hinc, ut refert Laertius (*a*), Archelao mortuo, Phyſica etiam intercidere viſa eſt.

Princeps, atque proprium illud erat *Thaletis* dogma, & ſectæ Jonicæ character, Aquam nimirum omnium rerum corporearum eſſe principium; omnia ex aqua fieri, & in aquam reſolvi. Veriſimile eſt, hominem origine Phænicium, inter Ægyptios longo tempore converſatum, ab Hæbreorum deinde confiniis non admodum ſeparatum, ſuum illud principium a Moſaica narratione, non ſatis ſibi perſpecta, derivaſſe. Licet autem antiqua *Thaletis* ſchola poſt brevem annorum periodum fuerit ſoluta; memoratum tamen rerum phyſicarum Principium tenuerunt poſtremis hiſce temporibus *Paracelſus*, *Van-Helmont*, *Baſilius Valentinus*, & alii.

Nullus equidem in tota antiquitate cum diſcipulorum præſtantia, tum nobilitate Socratem ſuperavit. Eum quippe præter alios quamplures audierunt *Ariſtippus*, *Phædo*, *Euclides* Megarenſis *Plato*, *Antiſthenes*, *Zeno*, qui totidem Scholas, & celebres iis temporibus Sectas primi fundatores inſtituere. Ariſtippus ſiquidem Cyrenaicam in Cyrene nobili Africæ Civitate fundavit; Phædo Eliacam, Megaricam Euclides, Plato Academiam, Antiſthenes Cynicam, Stoicam Zeno inſtituerunt. Socrates tamen, communis & emeritus tot ſapientum magiſter licet hos celeberrimos habuiſſet diſcipulos, quos modo cenſuimus, pe-

(a) *l.* 2.

peculiarem ſcholam non inſtituit, ſeu potius infelici auſpicio cæptam propagare non potuit; propterea quod a magiſtri doctrina, ob quam invidioſe, ut creditur, capite plexus eſt, omnes receſſerunt, & ſuam quiſque Sectam fundavit.

SECTA CYRENAICA.

Cyrenaica ſchola circa annos 370 ante Chriſtum natum ſtabilita, jam ad Epicuri tempora omnino defecerat; brevi igitur temporis periodo ob periculoſam fortaſſe hominum doctrinam, aut alios carpendi licentiam extincta eſt. *Ariſtippus* quidem ſcholæ author omnibus fere ſui temporis Philoſophis inviſus Ethicam ſolummodo coluit; ejuſque exemplo Cyrenaica Schola Phyſicam, & Logicam prætermittens morum doctrinam tantum explicabat. Nihil igitur ad ſcientias naturales contulit hæc ſchola, parum inter antiquos famoſa. Silentio prætermitti non debet, *Aretem* Ariſtippi filiam & diſcipulam paterna in ſchola poſt *Antipatrum* ſucceſſiſſe, eamdemque *Ariſtippo* alteri, filio ſuo, & auditori gubernandam reliquiſſe. Poſtea vero *Theodorus*, *Bion*, *Epitimides*, *Parebates*, *Hegeſias*, *Anniceris* eamdem ſcholam aut docendi munere, aut nominis celebritate illuſtrarunt.

SECTA MEGARICA.

Megaram, nobilem Achajæ Civitatem & patriam ſuam, nova illic fundata, & ſtabilita Philoſophiæ ſchola, quam Megaricam appellarunt, non parum illuſtravit *Euclides* Megarenſis, Socratis auditor, Platonis Coævus, & ab Euclide alio, Geometra celeberrimo diverſus. Id in Megarenſi Euclide ſingulare fuit, quod, cum Megarenſibus Athenas ingredi interdictum eſſet, muliebri veſte indueretur, ut eo pacto inter Athenienſes vivere poſſet ignotus, & Philoſophiam ediſcere. Pauca tamen de hujuſmodi Secta, & Philoſophis notatu digna referuntur. Illos primo quidem *Megaricos*, *Litigioſos* poſtea, tandem *Dialeticos* appellavit antiquitas; quod non obſcurum indicium

 eſt,

eſt, Megarenſes Philoſophos vel Logicam ſolummodo profeſſos fuiſſe, vel diſputationis potius ardore, & contentione, quam meritis, & doctrina nomen ſibi feciſſe. Præcipui, qui poſt Euclidem ejus ſcholam illuſtraverint, recenſentur *Eubulides*, *Alexinus*, *Apollonius*, *Diodorus*, *Euphantus*, & *Stilpo*: Poſt annum 300 ante æram vulgarem Megarenſem Sectam ſuperſtitem fuiſſe non legimus.

SECTA ELIACA.

Phædo Socratem deſerens, & ab Athenis in Eleam Æoliæ Civitatem diſcedens, Philoſophiam illic docere aggreſſus eſt, ſectamque & ſcholam ſtabilivit ex loci nomine nuncupatam *Eliacam*, quæ poſt primum Sectæ fundatorem profeſſores habuit *Pliſtanum*, *Menedemum*, & *Aſclepiadem*, quibus vita functis defecit omnino neque temporis diuturnitate, neque doctrinæ præſtantia, neque Philoſophorum meritis, nomine, ſcientia, aut numero commendata.

ACADEMIA.

Academiam Athenis fundavit Divinus Philoſophus *Plato*, quæ per tercentos, & amplius annos ea in Civitate floruit. Siquidem Plato ſcholæ princeps anno 428 ante Chriſtum natus; *Antiochus* vero ultimus Academiæ profeſſor circa annos 50 ante Chriſtum obiit. Academiæ nomen inde ſcholæ dirivatum, quod ii Philoſophi in ſuburbano horto docerent, quem in idipſum Athenienſis quidam nomine *Academus* donaverat. Plato mirabilis ingenii, & prudentiæ vir, ſanguinis nobilitate, morum ſuavitate, ingenio, modeſtia, prudentia, eloquentia, & doctrina omnino clarus, & magno ſemper in pretio habitus philoſophiam dialogis expoſuit. Phyſicam, Logicam, & Ethicam complexus, diſcipulos ſuos non tantum in Logicis rebus, & diſcurrendi arte eruditos, & naturali ſcientia inſtructos, ſed morum etiam doctrina, & politicis rationibus recte adminiſtrandæ Reipublicæ neceſſariis perpolitos effecit.

fecit. Unde eſt, quod magna eorum hominum pars, qui ad publica negotia, populorum, & rerumpublicarum adminiſtrationem accedebant, Platonicæ Philoſophiæ potiſſimum operam darent.

Academia, omnium Græcarum ſcholarum procul dubio celeberrima, in *Veterem*, *Mediam*, & *Novam* dividitur, pro varia ſcilicet ſcholæ reformatione, aut inſtauratione a Platonicis ipſis facta. Celeberrimæ huic ſcholæ ſucceſſive præfuerunt *Plato*, *Speuſippus*, *Xenocrates*, *Polemo*, *Crantor*, *Crates*, *Arceſilas*, *Lacydes*, *Evander*, *Thelecles*, *Egeſinus*, *Carneades*, *Clitomacus*, *Philon*, *Charmides*, & *Antiochus*. Peculiares Platonicorum opiniones, & Academiæ ſyſtema, circa rerum corporearum, mundique naturam, originem, & alia bene multa ad Phyſicam ſpectantia inferius ſuis in locis referemus. Id impræſentiarum annotare ſatis erit, Platonicos Geometriæ ſtudium maxime commendaſſe, cum ab iis jam temporibus notum iis hominibus eſſet, non magnos in Phyſica progreſſus abſque Geometria fieri poſſe. Ejus rei gratia affixum Academiæ foribus legimus notiſſimum illud: *Nullus Geometriæ expers intrato*. Erat igitur peculiaris quaſi Academiæ character Logicam prius, & Geometriam ediſcere, iiſque ad Phyſicam, & Moralem, quam fuſiſſime tradebant, ſeſe inſtruere, & præparare.

Plato, atque Academici *Platonis* diſcipuli in rebus phyſicis *Heraclito* maxime conſentiebant; in rebus moralibus, & politicis *Socratem*; in metaphyſicis *Pythagoram* cæteris præferebant, eorumque doctrinam potiſſimum ſequebantur.

Celeberrimum hoc erat Academicorum dogma, atque effatum, *Unum ſcio, quod nihil ſcio*; ſeu, nullam nos habere de re quacumque, quamdiu vivimus, ſcientiam. Poſtea vero in id tandem devenerunt iidem Academici, ut non ſolum ſe nihil ſcire dicerent, *ſed ne hoc quidem, quod nihil ſcirent, certo cognoſcere affirmarent*. Crediderim tamen, aliud a *Platone* poſitum non fuiſſe, quam prudentem de iis omnibus rebus dubitationem; de quibus certam non habemus ſcientiam. Quæcumque tamen fuerit magiſtri mens, indubium eſt, ejus diſcipulos ra-

tum illud omnino habuiſſe, atque in Licæo tradidiſſe effatum.

Arceſilas deinde in *veteris Academiæ* reformatione, & *Novæ* inſtitutione, atque omnes ejuſdem diſcipuli rigidiora veteris dogmata aut deſeruerunt, aut paululum ſaltem mitigarunt: communem hominum vitam, & commercium cum univerſali illa de omnibus plane rebus dubitatione ſtare non poſſe, tandem agnoverunt, & profeſſi ſunt: univerſali igitur dubitationi e medio ſublatæ *probabilitatem* ſubſtituerunt, ut novo nomine, & mitigato dogmate invidiam declinarent.

Academici philoſophi tempore procedente, primis ſcilicet æræ chriſtianæ ſæculis relicto priori nomine, novum arripuerunt, neque amplius *Academici*, ſed *Platonici* ſolummodo apud omnes nuncupati ſunt; quod quidem nomen Alexandriæ primo natum, atque confirmatum in ſubſequentia tempora, & eos omnes philoſophos derivatum fuit, qui Platonis doctrinam profitebantur. Præter illos, quos jam retuli, Academicos philoſophos, quamplurimi alii omnino præclari, atque ex diverſis gentibus homines ſubſequentibus temporibus eamdem doctrinam tenuerunt: *Porphyrius Plotinus*, *Jamblichus*, *Plutarchus*, *Proclus* ex Græcis; *Philon* Hebræus ex Judæis, *Apulejus*, *Chalcidius*, & alii quamplures Latini inter Platonicos numerantur; ut omittam plures veteres Romanos, & inter illos *Marcum Tullium Ciceronem*, & majorem SS. PP. numerum, qui *Platonem*, ejuſque doctrinam aliis omnino Græcanicis ſcholis præferebant. Apud nonnullos Eccleſiæ Patres, *S. Juſtinum* Martyrem, *Clementem* Alexandrinum, *Origenem*, *Theodoretum*, *Numenium*, & alios, *Plato* vel *Moyſes Atticus*, vel *Philoſophus Hebræus*, vel *Moyſis plagiarius habetur*.

CYNICA.

Cynica Secta Principem habuit *Antiſthenem*, Socratis diſcipulum, & hominem quidem apprime acutum, non ita vero doctum. Ejus ſcholæ Philoſophi Phyſicam, & Dialecticam aut non colebant, aut parum

curabant: Ethicam tantummodo, ſeu moralem ſcientiam profitebantur: *Cynici* ſunt appellati vel a *Cynoſarge* gymnaſio, ubi Antiſthenes verſabatur, & docebat: vel ex eo, quod ejuſmodi philoſophi, quaſi canes, canina omnino mordacitate homines, eorumque mores nullo diſcrimine carperent, & canum inſtar publice cum mulieribus coire non dubitarent. Celeberrimus inter Cynicos in tota antiquitate fuit *Diogenes*, qui primus poſt Antiſthenem ſcholam direxit: magna ingenii vis cum mentis indole, ob opinionum abſurditatem ad dementiam fortaſſe degenerante, celeberrimum Diogenis nomen effecerunt. In eadem ſchola Philoſophiam docuerunt, atque præclarum ſibi pepererunt nomen *Crates*, *Monimus*, *Oneſicritus*, *Metrocles*, *Hypparchia* Metroclis Soror, *Zeno*, qui a Cynicis deficiens Stoicam Sectam fundavit, *Theombrotus*, *Cleomenes*, *Timarchus*, *Echeles*, *Demetrius*, *Menedemus*, *Menippus*, in quo, (vel potius in Menedemo) Cynicorum Secta interiit, cum annos fere 150 ſtetiſſet.

STOICA.

Stoici *Zenonem* habuere Scholæ Principem, & fundatorem circa annum ante Chriſtum 314. Zeno autem patria Cittieus in inſula Cypro, plurimos Athenis Phyloſophos audivit, antequam Scholam fundaret: nonaginta annos vixiſſe dicitur, & per 58 Stoicorum familiæ, & ſcholæ præfuiſſe. Omnes Philoſophiæ partes, Logicam, Phyſicam, Moralem complectebatur, & docebat. Stoicæ ſcholæ nomen ex eo derivatum, quod Zeno in celebri apud Athenienſes porticu *Polignoti* picturis ornato doceret. Poſt Zenonem Stoicam ſcholam illuſtrarunt *Herillus* Zenonis diſcipulus patria Carthaginenſis, *Perſeus* Cittieus Zenonis auditor, & familiaris; *Sphærus*, *Boſphorianus* Zenonis auditor; *Ariſto* Chius; *Dionyſius* Heracleota Zenonis auditor, qui a Stoicis poſtea ad Cyrenaicam Sectam ſeſe tranſtulit; *Cleanthus* Aſſius Zenonis auditor, & Stoicorum pater a Tullio nuncupatus; *Chryſippus* Solenſis ex Cilicia Stoicus celeberrimus, & in Logica, ſiquis alius, peri-

ritiſſimus; *Diogenes* Babylonius, quem magnum, & gravem Stoicum appellat Cicero: *Zeno* Sidonius ab alio ejuſdem nominis, & patriæ, philoſopho Epicureo diſtinguendus; *Antipater* Diogenis Babylonii diſcipulus, quem acutiſſimum hominem, & inter magnos Stoicæ Sectæ authores habitum fuiſſe, tradit *Cicero*; *Panætius* Antipatri diſcipulus *Scipionis* Affricani familiaris; eum Cicero Stoicorum graviſſimum, & prope principem nuncupat. *Poſidonius* Sirus Panætii auditor, quem Rhodi docentem inviſit, & honore affecit *Pompejus*, cum adverſus Mitridatem iter ageret: in eo tandem Stoicorum Secta defecit circa annos prope 50 ante Chriſtum natum, cum per annos 260 ſletiſſet.

Plures etiam alii clari nominis Philoſophi cum ante Chriſtum natum, dum Stoicorum familia, & ſchola Athenis adhuc floreret, tum poſt vulgaris æræ initium, Zenonis ſectæ nomen dederunt. Ex Romanis quidem *Cato* Uticenſis, *Varro* Romanorum doctiſſimus, *Marcus Tullius Cicero*, *Seneca Philoſophus*, *Antoninus Pius*, & *Marcus Aurelius* Romani Imperatores, ut alios omittam, inter Stoicos communiter recenſentur. *Clemens* Alexandrinus, & nonnulli alii Patres Græci eamdem philoſophiam coluere, atque cæteris Sectis prætulerunt.

Porro *Zeno*, homo quidem patria Cyprius, origine tamen Phænicius (cujus gentis colonia *Cyprum* tranſmiſſa *Cittium* ibidem extruxit, atque habitavit) quamplurima doctrina capita e Moſaicis libris tranſtuliſſe exiſtimatur: plura item ab Academia in *Porticum* derivavit. Præcipua Stoicorum doctrinæ capita Phyſicam, & Metaphyſicam ſpectantia erant, 1°. Deum exiſtere unicum, licet diverſis nominibus ab iiſdem philoſophis ſignificaretur: 2°. eſſe in Deo providentiam, quam tamen *Fatum* appellabant: 3°. Hominum animas eſſe ſpiritus poſt mortem ſuperſtites. 4°. Deum eſſe animam mundi: 5°. & hinc mundum tamquam animal quoddam ſpectabant. 6°. Mundum vero ipſum igne tandem conflagrandum.

Sed circa mores potiſſimum ſingularis prorſus erat, atque paradoxo ſimilis Stoicorum doctrina: omnia bona eſſe æqualia, ſicut etiam omnium ma-

lo-

lorum parem inter ſe eſſe malitiam: dolorem, cruciatum, & alia hujuſmodi non eſſe vera mala: ſapientem nulla paſſione turbari; etiam in atrocioribus cruciatibus felicem, atque pacificum ſemper exiſtere: amicitiam, veram libertatem, animi magnitudinem in ſapiente ſolummodo reperiri: Ex ſapientum ſolummodo numero Reges, Imperatores, Reipublicæ Principes, Magiſtratus eſſe, atque eligi debere; hæc, inquam, & bene multa alia ejuſdem farinæ dogmata Stoicorum Ethicam componebant.

Duo circa Stoicos relatis adjungam: primum, *Zenonis* integerrimos fuiſſe mores, & fidem omnino incorruptam: quare cum hominis doctrina moribus reſponderet, eo exiſtimationis apud Athenienſes devenit, ut non ſolum publicas portarum Civitatis claves dubiis Reipublicæ temporibus apud illum deponerent; ſed & vivo adhuc auream donarent coronam, mortuo altare erigerent: ſecundum; Stoicos aliqua ex relatis dogmatibus vel in molliorem ſenſum mitigaſſe, vel oſtentatione magis, & faſtu venditaſſe, quam reapſe credidiſſe.

SECTA ITALICA, SEU PYTAGORICA.

Præter memoratas hactenus Philoſophorum Sectas, quæ ex Socratis ſchola prodierunt, celeberrimæ etiam inter Græcos fuerunt *Italica*, *Eleatica*, *Pyrrhonica*, *Peripatetica*, *Epicurea*, & tandem *Eclectica*, de quibus modo loquendum. *Pythagoras* patria Samius 600. annos ante Chriſtum natus, cum Ægyptum, Phæniciam, Perſidem ediſcendæ philoſophiæ cauſſa peragraſſet, & earum gentium Sapientes audiviſſet, redux in Magnam Græciam, ſeu eam Italiæ partem, quam Neapolitanum Regnum hodie nuncupamus, ſeſe contulit; ibi Crotonæ ſubſiſtens philoſophiæ ſcholam aperuit, & Sectam inſtituit *Italicam* ab Italia nuncupatam. De Phyſica, moribus, legibus diſſeruit, diu noctuque docens. Unius Pythagoræ authoritas pro indubiæ veritatis nota a diſcipulis habebatur; quibus proinde ſatis illud erat ad extorquendam fidem: *Magiſter dixit*. Per inte-

Philoſophiæ, & Phyſicæ potiſſimum partes, ſi *Pybagoricum*, hoc eſt, *Copernicanum* de telluris motu ſyſtema excipias, non ſatis conſtat; cum viva tantummodo voce doceret, nihil vero poſteris ſcriptum reliquerit.

E L E A T I C A.

Eleatica Secta originem ſuam a *Xenophane* Colophonio, nomen vero a *Parmenide*, & *Zenone* Eleatenſibus accepit: hi enim cum Eleam, Aſiæ minoris Civitatem, patriam haberent communem, & eamdem Scholam ſucceſſive gubernarent, patrium illi nomen impoſuerunt. Xenophanes porro & Pythagoram, & Homerum, & Deos irridebat, Deum quemdam materialem, & æternum ſibi fingebat, & propugnabat, quem figura Sphærica præditum eſſe affirmavit; ſeu potius Deum cum univerſo Mundo confudebat: eoque pacto impium *Benedicti Spinoſæ* errorem præcinuit. Xenophanis Sectam, & doctrinam ſecuti ſunt, & illuſtrarunt *Parmenides* Eleates, qui ligata oratione Philoſophiam conſcripſit, magiſtrum in pluribus deſeruit, & Solem frigidum eſſe deliravit; *Heraclitus* Epheſius, *Zeno* Eleates, qui circa annum 460. floruit, plures adſtruebat mundos, & linguam ſibi dentibus conſcidit, ne ſceleris ſui ſocios manifeſtare poſſet, aut cogeretur; *Meliſſus* Samius, *Leucippus* Eleates Zenonis diſcipulus, nullum univerſo mundo limitem eſſe autumans, ipſumque mundum infinitum, ſeu potius infinitos exiſtere contendens, *Democritus* Mileſius, ſeu ut alii volunt, Abderita, ampliſſimum patrimonium in ſcientiis comparandis impendit, de omni fere naturali Philoſophia ſubtiliter, & docte diſputavit: infinitos etiam mundos ſtatuebat, & cum identidem genii ratione jocaretur, de omnibus & ſemper ridere videbatur; oculos ſibi demum in extrema ſenectute eruiſſe fertur, ut animo minus diſtracto res phyſicas melius contemplaretur: *Pythagoras* Abderita, *Metrodorus* Chius, *Diogenes* Smyrnæus, & *Anaxarchus* Abderita, quo paulo poſt Alexandri mortem occiſo, Eleatica Schola extincta fuit.

PYR-

PYRRONICA.

Pyrrhonici Philoſophi eo de capite celebres, quod ſingulare hoc, & characteriſticum dogma, *de omnibus dubitandum* proprium ſibi adſtruerent, & religioſe tenerent, authorem & ſcholæ principem habuere *Pyrrhonem* Anaxardi diſcipulum, qui Sectæ & nomen, & principium dedit circa annum 300 ante Chriſtum. Dogma illud *de omnibus dubitandum*, quod abſolute, & generaliter prolatum, & aſſertum impium eſt, mitius interpretantur aliqui, quaſi ſcilicet Pyrrhonici de omnibus diſputandum affirmarent. Ut ut res ſit, numeroſam, & celebrem diſcipulorum, & profeſſorum prolem habuit Pyrrhonica Schola, licet non parum invidiæ iis Philoſophis concitaret characteriſticum Sectæ dogma. Celebriores fuere *Timon* Phliaſius, *Philo* Athenienſis, *Hecaton* Abderita, *Eurilochus* Nauſiphanes, *Ptolomæus* Cyrænaicus Dioſcoridis Magiſter, *Euphranor* Seleucenſis, *Eubulus* Alexandrinus, *Ptolomæus* alter, *Heraclides* illius auditor, *Enæſidemus* Grofius, *Zeuſippus*, *Zeuxis*, *Antiochus* Laodicænus, *Menodotus* Nicomedienſis medicus, *Empyricus*, *Herodotus* Tharſenſis, *Sextus* cognomento *Empyricus* patria Alexandrinus, *Saturninus* denique ultimus ejus ſcholæ profeſſor.

Licet autem præcipuum illud *Pyrrhonicorum* Dogma *de omnibus dubitandum* idem in ſpeciem eſſe videatur, quod Academici olim propugnarunt, immo & *Des Cartes* noſtris hiſce temporibus methodi ſolummodo gratia ex parte renovavit; reapſe tamen magnum inter eos Philoſophos diſcrimen intercedit. *Carteſius* enim, ut ſuo loco dicemus, tamquam hypotheſim ſolummodo, & methodi cauſſa hujuſmodi principium *de omnibus dubitandum* ad tempus Philoſopho inculcat, quin illud, ut theſim tueatur: Academici opiniones alias aliis eſſe probabiliores, & veriſimiliores admittebant, ut jam diximus.

Pirrhonici contra ſtatuebant, primo, omnia eſſe & dubia, & æqualiter dubia: Secundo, mentem humanam de nullis omnino rebus, ſed de rerum

ſolu-

ſolummodo apparentiis judicium ferre; cum enim, inquiebant, ope ſenſuum ideas acquiramus, & judicia noſtra eliciamus; ſenſus, autem non quid objecta in ſe ipſi ſint, ſed tantum quid nobis appareant, menti exhibeant; nullam de objecto aliquo abſolutam cognitionem, ſed relativam tantummodo ad ſenſus noſtros, & ad alia objecta, quibuſcum comparantur, habere poſſumus.

Etſi abſurdus hic, ſi quis alius, atque intolerabilis error ſit, ſuos tamen habet noſtra etiam ætate ſectatores.

EPICUREA.

Nulli fortaſſis in tota antiquitate extiterunt Philoſophi, qui in rebus Phyſicis explicandis & promovendis palmam Epicureis eriperent, ut ex collatis inter ſe veterum Philoſophorum operibus, fragmentis, & teſtimoniis facile inferri poteſt. Sectæ nomen dedit *Epicurus* patria Athenienſis, Epicureorum princeps, & accerrimi ingenii vir, annis fere 300. ante Chriſtum. Epicurei tanquam Mechanici antiquitatis Philoſophi haberi poſſunt; idque cenſeri debet proprius ſcholæ character, principiis enim mechanicis Phyſicam explicabant, & naturalia corpora componebant. Impia tamen dogmata, quæ profitebantur, invidioſum ſcholæ, ejuſque Principi Epicuro nomen fecit; nullum enim eſſe Deum, ſed omnia fato dirigi; humanam Beatitudinem in ſenſuum delectationibus conſiſtere adſtruebant; atomos (communia rerum apud Epicureos elementa) æternas eſſe, & ſemper agitatas; mundumque ex fortuito atomorum concurſu fuiſſe conflatum, idemtidemque eadem de cauſſa periturum, & renovandum aſſerebant.

Porro *Corpuſcularis* hæc, *Atomiſtica*, aut *Mechanica* philoſophia (ſingulis enim hiſce nominibus nuncupatur) longe eſt *Epicuro* antiquior: Primus enim illius author poſteritati notus, *Moſchus* exiſtimatur; homo quidem Phœnicius, qui ante bellum Trojanum floruit, & *Atomos*, ſeu prima, ac imperfectiſſima corpuſcularis philoſophiæ fundamenta do-

docuit, aut hiſtorice tradidit¹. A Phœnicio homine (quem aliqui *Moyſem* fuiſſe autumant) corpuſcularem philoſophiam poſt aliquot ſæcula acceperunt, & primi inter Græcos profeſſi ſunt *Leucippus*, *&* *Democritus*; quorum poſtremus, ut erat homo acerrimi ingenii, atque a natura ipſa ad philoſophandum comparatus, doctrinam quam didicerat, magnopere promovit.

Epicurus tamen acceptam a *Democrito* philoſophiam adeo illuſtravit, eoque nova rerum explicatione, & acceſſionibus perduxit, ut ab omnibus deinceps ſectæ princeps renuntiaretur. Duo illa impia dogmata, quæ retulimus circa *fatum*, & *beatitudinem* in ſenſuum voluptatibus poſitam, *Epicuro* plures adjudicant; *Tullius* tamen, *Diogenes*, *Laertius*, de Philoſophorum ſectis eruditiſſimi illum ab injuria, & affictis dogmatibus vindicant. Iis enim auctoribus, Deum non tollebat *Epicurus*; ſed in ſuamet otioſitate beatum res humanas non curare exiſtimabat, & Providentiam negabat: ſummum præterea hominis naturale bonum non in ſenſuum voluptatibus, ſed in perfecta animi tranquillitate, & gaudio nullo paſſionis tumultu perturbato conſtituebat.

Verum inter *Epicuri* Diſcipulos alii fuerunt, *molliores Epicuriſtæ* idcirco nuncupati, qui duo illa relata, & impia dogmata ſuſtinebant; unde invidioſum magiſtro, & univerſæ ſectæ creatum eſt nomen; dum interim alia Epicureorum pars, *qui rigidi Epicuriſtæ* nuncupabantur, ad genuinum Magiſtri ſenſum philoſopharentur. *Epicuri* doctrinam verſibus elegantiſſime ſcriptam Romanis tradidit *Lucretius*, cum primis Epicuriſtis numerandus.

Epicuri Sectam profeſſi ſunt *Colotes* Lampſacenus, *Metrodorus* Athenienſis, vel, ut Straboni placet, Lampſacenus, *Poliænus* Lampſaco ſimiliter natus, *Hermachus* Mytilenæus, quem Epicurus ſucceſſorem in ſchola deſtinavit, *Polyſtratus*, *Dionyſius*, *Baſilides*, *Protarchus*, *Demetrius* Lacon, *Diogenes* Tarſenſis poſtremus ſcholæ profeſſor circa annum 63 ante Chriſtum. Inter Epicureos etiam recenſentur, & magnopere celebrantur *Diogenes* Seleucenſis, *Lyſias*, *Zeno* Sidonius, & alii plurimi.

PE-

PERIPATETICA.

Ad peripateticam demum ſcholam poſtremis Sæculis in Europa celeberrimam devenimus. Eam circa annos 330 ante Chriſtum Athenis inſtituit *Ariſtoteles* Philoſophus præclarus, Stagyræ ignobili Traciæ oppido natus, Platonis per 20. annos auditor. Peripatetica, ſeu *Deambulatoria* inde dicta fuit, quod hujuſmodi Phyloſophi in *Lycæo* quodam, ſeu porticu Athenarum deambulando docerent. Ariſtoteles utique acutiſſimi ingenii vir, Logicam imprimis magnopere coluit, & in meliorem formam, quam antea habebat, redegit. De ſingulis Philoſophiæ naturalis partibus plurima diſſeruit. *Alexandrum Magnum* habuit diſcipulum, & in illius mortem conſpiraſſe traditur. Illi præterea communiter vitio vertitur, quod Platonem Magiſtrum ſuum inurbane omnino, & ingratiſſime tractaverit; quod illius ſententias infideliter exponeret, ut facilius impugnaret; & quod omnes etiam antiquos Philoſophos, eorumque ſcripta, & doctrinas plus æquo carperet.

De locis Rhetoricis optime ſcripſit: Artem etiam Poeticam nobis reliquit æque brevem, & mirabilem, licet Poeta nunquam extiterit, neque cauſas oraverit. Quamplurima quoque in Politicorum Libris legimus, quæ merito admiramur. De Libris tamen Phyſicis, & reliquis, in quibus hominis philoſophiam ediſcimus, longe diverſum ferendum eſſe judicium, ii non negabunt, qui octo libros φυσικῆς ἀκροάσεως de phyſico auditu, & quatuor περὶ Οὐρανοῦ de cælo, in quibus totum illius ſyſtema præcipue continetur, attente legerint: ſi *Averroem*, & nonnullos alios Scholaſticos audiamus, *Ariſtotelem* ſuſpicere debemus, tamquam humanæ ſubtilitatis miraculum, ipſiſſimum naturæ *genium*, & quoddam *non plus ultra* humanæ ſpeciei. Qui tamen per id temporis ita *Ariſtotelem* prædicaret; ſurdis caneret, & cachinos moveret.

Mundus ab *Ariſtotele* ponitur æternus; vacuum impoſſibile ſaltem naturaliter: Mundus ab noſtro diſtinctus omnino impoſſibilis; Horror vacui, quaſi ve-

ra cauſſa, & naturæ genius: præterea innumeræ qualitates, formæ, virtutes ubique inducuntur. Quare illud erat Peripateticæ ſcholæ character ſecundum antiquam præcipue Arabum methodum, omnia fere Phyſicæ arcana, & phænomena generalibus virtutum, qualitatum, & productionum nominibus exponere; mechanicas vero cauſſas, & explicandi modum rejicere: nihil igitur mirum, ſi genuinas effectuum naturalium cauſas, quæ mechanicæ ſunt, non explicabant. Sectæ profeſſores, vel præcipui Ariſtotelis diſcipuli numerantur *Eudemus* Rhodius, *Clearchus* Solenſis, *Ariſtoxenus* Tarentinus, *Calliſthenes* Olynthius, *Calippus* Athenienſis, *Heraclides* Ponticus, *Dicæarchus* Menanenſis, Orator, & Geometra; *Theophraſtus* Ereſius Ariſtotelis auditor, & in ſchola ſuceſſor, omnium Philoſophorum elegantiſſimus, & eruditiſſimus, ait Cicero; duo diſcipulorum millia aliquando numeravit, & inter eos fuere *Demetrius Phalereus*, *Strato* Lampſacenus magnopere a Laertio commendatus, Theopraſti ſucceſſor, & *Ptolomæi Philadelphi* magiſter: *Lyco* Troade natus, & ſcholæ per 40. & amplius annos præſes, & moderator; *Ariſto* Ceus, *Critolaus* Phaſalides, qui ad annum 110 ante Chriſtum natum vitam produxit, in eoque Peripatetica ſchola finem habuit; *Diodorus* enim, quem aliqui Critolao ſucceſſiſſe ſcribunt, juxta Ciceronem dici vere Peripateticus non poteſt. Ariſtotelis igitur Philoſophia per mille, & amplius annos quaſi obliterata, & ſepulta jacuit, quoad Arabes, *Averroes* potiſſimum, & *Avicenna*, Mahometani homines, eam colere cæperunt, & in Hiſpaniam, ut ſtatim dicemus, introduxerunt.

ECLECTICI.

Eclecticam tandem, ſeu *Electivam* Philoſophiam recenſitis ſcholis tempore quidem poſteriorem, dignitate tamen ſentiendi, dicendique libertate præſtantiorem Alexandriæ inſtituit *Potamon* Alexandrinus ſecundo reparationis noſtræ Sæculo. Hæc philoſophandi Methodus ultra *Juſtiniani* Imperatoris ætatem producta non fuit: illius a cæteris omnibus qua-

quaſi criterium eſt, in nullius ſectæ, philoſophi, aut hominis verba jurare; libertatem mentis, ſeu opinionum ſemper habere, & veritatem in cujuslibet philoſophi libris repertam amplecti. Hæc utique Secta, ſeu potius libere philoſophandi methodus, quæ tamquam libera philoſophorum reſpublica haberi poteſt, plurimis ſæculis oblivione ſepulta, noſtris tandem temporibus rediviva, & in ſcenam iterum producta magno habetur in pretio: in eamque præcipui totius Europæ philoſophi, deſertis Atomiſtarum, Carteſii, & Nevvtonianorum caſtris, ſenſim adſcribuntur. Omnibus ſcilicet jam innotuit, nihil aſſequendæ, & tradendæ veritati magis officere, quam hauſta a pueris ſcholæ alicujus præjudicia; nihil magis prodeſſe, quam diſcurrendi, ſentiendique libertas. Poſt Potamonem ſcholæ principem liberam hanc Philoſophiam docuerunt *Ammonius* Alexandrinus ad finem uſque ſecundi ſæculi, qui Chriſtianam fidem amplexus eſt; *Photinus* Ammonii auditor, ad annum uſque 270 poſt Chriſti nativitatem vivens, & Philoſophiam docens; *Herennius*, *Origenes* (non ille quidem Adamantinus ſecundo Sæculo celeberrimus) *Porphyrius* Tyro oriundus, Judaicæ primum, Chriſtianæ poſtea Religionis deſertor; *Jamblichus* Conſtantini Magni tempore; *Ædeſius* Cappadox, Juliani Apoſtatæ præceptor; *Sopater* Syrus; *Serynus* Alexandrinus, qui ab Arcadio uſque ad Valentiniani ſecundi tempora floruit; *Chryſantius* Sardianus; *Eunapius*, poſt Theodoſii Magni imperium vitam agens; *Proclus* Mathematicus Lyciæ natus, qui ad annum uſque 487 floruit: Proclo ſucceſſit Athenis, quo perducta fuerat Schola, *Marinus*, & poſtea *Hegias*, *Iſidorus*, tandemque *Damaſcius* poſtremus Eclecticæ ſcholæ profeſſor patria Damaſcenus, & ſub Juſtiniani imperio vita functus.

Veteres hucuſque philoſophiæ, & philoſophorum Sectas enumeravimus, quæ in Græcia potiſſimum extiterunt, & ab hominibus Græcis fundatæ, & illuſtratæ ſunt. Omnes eæ philoſophorum ſcholæ lapſu temporum interierunt: aliquæ tamen poſt plurima exacta Sæcula iterum in lucem prodiere, ut Peripatetica, & Epicurea; in aliarumque locum aliæ etiam

etiam noſtra hac ætate feliciter ſunt invectæ, ut Carteſiana, Experimentalis, Chimica, Nevvtoniana, de quibus in præſenti aliqua addenda ſunt.

Relati hucuſque Philoſophi, Eclecticæ ſcholæ Sectatores, ii ſunt, qui inter Græcos, quamdiu ſchola ſtetit, Eclecticam hanc doctrinam, atque philoſophandi methodum publice docuerunt, majorique plauſu profitebantur. Plurimi tamen alii extiterunt philoſophi non inter Græcos modo, ſed inter Romanos etiam, atque alias gentes, cum ante, tum etiam poſt relata tempora, qui amabilem hanc philoſophandi libertatem omnium Sectarum jugo, atque Philoſophorum nominibus longe præferrent. Quin immo eo res aliquando devenit, ut Eclectica Philoſophia, doctiorum hominum Doctrina exiſtimaretur.

Notiſſimum enimvero eſt familiare illud Platonis dictum *Amicus Socrates, ſed magis amica veritas*; quod poſtea pari etiam jure in *Platonem* uſurpabat etiam *Ariſtoteles*, unde vulgare proverbium ad nos uſque fuit tranſmiſſum. Nemo fere jam ignorat, nihil familiarius dictitaſſe *Platonem*, quam, *non ſe hominis, ſed rationis ſolummodo auctoritate duci*: in quem etiam ſenſum aliquibus poſt *Platonem* ſæculis ſcribebat inter Romanos *Tullius*, *non tam auctores in diſputando, quam rationis momenta quærenda* eſſe, licet alias inter Academicos recenſeretur. Cum ego hæc, & ſimilia apud Romanos Scriptores paſſim lego, in eam ſententiam facile adducor, eos etiam philoſophos, qui ſectæ alicui nomen dederant, magnam ſaltem partem Horatianum illud probaſſe *Nullius addictus jurare in verba magiſtri*.

Equidem egregius ille Stoicus *Seneca* de ſe ipſo affirmabat, *Quod fieri in Senatu ſolet*, inquit, *faciendum ego in Philoſophia quoque exiſtimo. Cum cenſuit aliquis, quod ex parte mihi placet, jubeo illum dividere ſententiam, & ſequor*. Inter ipſos etiam Eccleſiæ PP. non pauci fuerunt, qui hanc unam Philoſophandi rationem probarent, inter quos potiſſimum numerantur *Origenes*, *S. Clemens* Alexandrinus, atque omnium diſertiſſime *Lactantius*. *Docemus*, inquit, *nullam ſectam fuiſſe tam deviam, nec Philoſophorum quemquam tam inanem, qui non videret aliquid ex ve-*

vero. Sed dum contradicendi ſtudio inſaniunt.... non tantum illis veritas elapſa eſt, quam ſe quærere ſimulabant, ſed ipſi etiam ſuo vitio perdiderunt. Quod ſi extitiſſet aliquis, qui veritatem ſparſam per ſingulos, per ſectaſque diffuſam colligeret in unum, ac redigeret in corpus, is profecto non diſſentiret a nobis.

Hæc, & alia, quæ eodem in loco late proſequitur *Lactantius* (*a*), & confirmat Auguſtinus (*b*), luculenter oſtendunt quam merito hanc etiam philoſophandi libertatem nos amemus, & ſemper tenere inſtituamus.

PERIPATETICA RECENTIOR.

Philoſophiam Peripateticam recentiorem, quæ a decimo tertio ad medium Seculum decimum ſeptimum ſcholas omnes tyrannice tenuit, ab antiqua Ariſtotelis Philoſophia inſigniter differre neceſſe eſt. Cum enim manuſcriptos Ariſtotelis Codices ad *Theophraſtum* primo, deinde ad *Neleum* Theophraſti diſcipulum delatos Rex Pergami undique ſtudioſe conquireret, ut in Regia Bibliotheca Pergami ab ipſo Rege inſtructa reponeret; eos ſub terra condiderunt Nelei hæredes, ne a Rege deprehenſi Pergamum deferrentur. Poſtquam autem ſub terra per centum, & triginta annos delituiſſent, inde tandem eruti in *Apelliconis* manus venerunt. Cum vero temporis diuturnitate, & injuriis, locique humiditate plurima eſſent obliterata, lacunæque propterea plurimæ irrepſiſſent, quibus & textus, & verba, & ſenſus intelligi omnino non poterant; ea omnia ex arbitrio ſuo ſupplevit, & adjecit *Apellico*; unde factum eſt, ut mira Ariſtotelis in textus obſcuritas derivaretur, infinitiſque propemodum locis alium plane ſenſum tribueretur, quam antea habebant. Plurima etiam addita & immutata ſunt *Tiranionis* Grammatici, & *Andronici* opera, ad quorum manus codices illi tandem pervenerunt: ut nihil dicam de plurimis aliis mutationibus, quas in Ariſtotelis ſcripta

(a) *Inſtit. lib.* 7. *cap.* 7.
(b) *Confeſſionum lib.* 3. *cap.* 4.

pta irrepſiſſe neceſſe fuit, dum ab imperitis hominibus tranſcriberentur. Deinde S. Thomas, aliique Peripatetici Chriſtiani bene multa in Ariſtotele caſtigarunt, quæ cum fide Chriſtiana non conveniebant, manifeſtoſque errores, & impietatem redolebant. Præterea, ut erat Arabum, & Scholaſticorum indoles ſubtilitatum plus æquo amantiſſima, Phyſicam Ariſtotelis, vitiatam eam quidem, depravatam, mendis ubique ſcatentem, in qua omnia obſcuris, & generalibus verbis explicabantur, novis ſubtilitatibus, & chimæris implevere, & ita jejune tractabant, ut Phyſicam in Phyſica deſideraretur; nihilque fere e Scholis niſi novum, & barbarum dicendi genus reportaremus. Fatendum tamen eſt, aliquos eorum, qui modo ſuperſunt, Peripateticos ad tria ſolummodo capita Peripatiſmum reducere; 1°. Animas ſcilicet ſubſtantiales diſtinctas a materia, quas in omnibus animalibus agnoſcunt; 2°. Unam vel alteram qualitatem materialem a materia etiam diſtinctam; 3°. veram rerum ſeu effectuum productionem a cauſſis naturalibus factam. In reliquis omnibus Principem ſuum deſeruere, neque Matheſi, neque experimentis, neque, ut verbo dicam, promovendæ Phyſicæ laboribus parcunt.

Neque aliud ab ingenioſis, & religioſis hominibus, quales ut plurimum hodie Scholaſtici ſunt, in tanto experimentorum, & ſcientiarum lumine fieri poterat. Ex una enim parte certiſſima Chriſtianorum dogmatum veritas *Ariſtotelem* in quamplurimos errores lapſum demonſtrat, ut obiter in totius operis decurſu annotabimus: ex alia vero innumera experimenta phyſica circa ignem, aquam, deſcenſum gravium, vacuum, corporis humani ſtructuram, & mille alia corpora, & corporum ſtatus inſtituta antiquas Arabum, & *Ariſtotelis* opiniones phyſicas convellunt. Deinde cum faſtidioſis, & delicatioris ingenii hominibus hodie agimus: obſcuritatem tantummodo rebus revelatis, religioni, dogmati, altaribus condonant; in ſcientiis vero naturalibus Philoſophorum ſacramenta, generalia vocabula, & cauſſas non intelligibiles ferre omnino non poſſunt.

PHI-

PHILOSOPHIA CARTESIANA.

Renatus Des Cartes nobilis Eques Gallus, & ſolertiſſimi ingenii vir Hagæ Turonum anno 1596. natus, & Holmiæ in Svecia anno 1650. vita functus; primus fuit, qui ſublato libertatis vexillo tyrannicum ingeniorum jugum, quo integra philoſophorum natio a tribus aut quatuor Seculis premebatur, excuſſit, miſerandamque Arabicæ Philoſophiæ faciem immutare aggreſſus eſt. Novum igitur philoſophandi modum, novas regulas, & methodum excogitavit. Rejectis metaphyſicis principiis, & generalibus virtutum, & qualitatum vocabulis, quibus antea philoſophi omnia ſignificabant, licet nihil explicarent; mechanica, hoc eſt, phyſica, vera, & ſimpliciſſima principia; motum, ſeu impulſionem, quietem, & figuram; ſeu materiam, figuram, & motum ſubſtituit: iiſque tribus omnem univerſi fabricam explicare, & ſi fas eſt dicere, creare eſt aggreſſus. Phyſicam non in abſtractis Arabum quæſtionibus, ſed in natura ipſa experimentis, & obſervationibus quærendam eſſe docuit. Porro Carteſius, & Carteſiani cauſſas prius exponunt, & ad libitum quandoque ſuum ſtatuunt, ab iiſque prius notis ad effectus inde deducendos, & explicandos deſcendunt: plures idcirco ſtatuunt hypotheſes, ut naturalia phænomena, & integram mundi machinam inde explicent: ſeu potius obſervatis prius aliquot alicujus cauſſæ effectibus, hanc cauſſam in tribus notiſſimis principiis mechanicis ſupra poſitis quærunt; & ex cauſſa eo pacto abſolute nota, aut aliquando per hypotheſim aſſumpta, & ſcrupuloſe examinata omnes effectus & phænomena naturalia deducunt, & explicant: idque eſt peculiaris Philoſophiæ Carteſianæ character, & methodus, atque a Nevvtoniana methodo diſcrimen: Experimenta igitur inſtituunt Carteſiani, & phænomena perpendunt, ut cauſſas mechanicas recte ſtatuant, aut ponant, & cum cauſſis poſitis deinceps conferant. Carteſium, ejuſque diſcipulos, & doctrinam jam prodeuntem, acerrime impugnarunt Peripate-

tici; ſed cum impugnatione ipſa firmius ſtabilita, & emendatior in dies evaderet; magnum ſibi nomen, & fortunam in Republica Literaria conciliavit. Cum tamen ut humanarum rerum fert conditio, non pauci errores in Carteſio, ſedatis jam primis animorum, & diſputationum motibus, deprehenderentur: inde factum eſt, ut Carteſiani quidem ſint plurimi, nullus tamen Carteſium ſcrupuloſe in ſingulis tueatur. Id citra dubium eſt, Carteſio nos plurima debere, eumque primum philoſophiæ, & bonarum artium inſtauratorem jure merito haberi. Carteſium ſecuti imprimis ſunt *Merſenus*, *Huighens*, *Regis*, *Rohault*, *Malebranche*, *Regnault*, & alii quamplurimi, & præclari nominis philoſophi.

ATOMISTÆ, SEU GASSENDISTÆ.

Atomorum doctrina, & Atomiſtæ non tam novum aliquod cenſendum eſt noſtræ ætatis inventum, quam veteris, & obliteratæ doctrinæ inſtauratio, & in pluribus reformatio. Cum enim plurima eſſent in Epicuro, Græco ſcilicet, & veteri philoſopho, optime excogitata, utilia, & veritati conformia, aliqua tamen impia dogmata iis eſſent interſperſa; *Petrus Gaſſendus*, vir eruditus natus prope Diniam in Gallia anno 1592 & Pariſiis anno 1655 mortuus Græcum Epicurum Latio donavit ab erroribus & impiis dogmatibus purgatum: plurima de ſuo penu adjecit; difficiliaque loca, & phænomena ex Epicuri principiis, inſecabilibus ſcilicet atomis explicuit. Plurima Atomiſtis cum Carteſio communia ſunt: in pluribus etiam differunt. Utraque philoſophia *Mechanica* eſt, & dicitur; mechanicis enim principiis innititur, & mechanice omnia explicat; Carteſiana tamen hypotheſis longe eſt ingenioſior, quam Epicurea: Atomiſtæ ex adverſo in bene multis verius omnino, & rationi & experientiæ conformius, quam Carteſius philoſophantur. In hoc etiam fere conveniunt Carteſiani, & Atomiſtæ, quod plurimi ſint, qui earum alteram probent, & tueantur doctrinam, rarus, aut nullus, qui in Gaſſendi, aut Carteſii verba juret, eoſque ſcrupulo-

ſe

ſe obſervet. Ad utramque etiam hanc Philoſophiam, utpote principiis mechanicis ſtabilitam, & phænomena naturalia ſecundum numerum, pondus & menſuram exponentem, non parum Geometriæ, & aliarum partium Matheſeos requiritur. Ad magnam etiam Carthefii hypotheſim circa primam univerſi originem capiendam non leviter in Aſtronomia inſtructum eſſe oportet.

NEWTONIANI;

Et diſcrimen inter Carteſii & Nevvtoni Philoſophiam.

Iſaacus Nevvton nobilis Eques Anglus profundiſſimi ingenii vir. & Geometra plane egregius, qui anno 1642. in Anglia natus, Londini anno 1726. extremum diem obiit, peculiare etiam phyſicum hujuſce mundi Syſtema excogitavit Garteſiano penitus oppoſitum. Nevvton, & Nevvtoniani plurimi Atomorum doctrinam probant, & amplectuntur: aliquibus tamen in locis non pauca ex ſuo addunt, aut aperte corrigunt, prout ratio, aut experimenta id ſuadere videntur. Nevvton Carteſio aperte æmulus in eo totus eſt, ut & alia methodo philoſophetur, & hujuſce mundi fabricam & maſſam aliis omnino legibus, & cauſſis conditam eſſe, & conſervari aſſerat, ac Carteſius adſtruxerat. Cum igitur Carteſius eam teneat methodum, ut a Cauſſis effectus, & phænomena naturalia deducat, ut ſuperius expoſuimus; Nevvton ex adverſo totus eſt in effectuum & phænomenorum examine, ut ex iis tandem cauſſas, vel cauſſarum leges deducat. Uterque tamen per continuam & immediatam naturæ obſervationem, & corporum analyſim Phyloſophiam ſuam edifci, & doceri amat. Cum vero Carteſius cauſſas non temere, libere, aut vage, ſed determinatas earum rerum, & univerſi, quod mente habebat, indagaret; ut ex iis melius rerum omnium, & mundi ipſius originem, geneſim, & viciſſitudines ſponte deduceret; omnino patet, Carteſium methodum inverſam, & directam adhibere; Nevvtonum tamen ſolam inverſam amplecti. Carteſius materiam

 in

in infinitum diviſibilem adſtruit ; Nevvton atomos ſtatuit , aliqui tamen ejus diſcipuli Magiſtrum hac in parte deſerunt. Carteſius ſpatium vacuum reputavit impoſſibile ; Nevvton neceſſarium , & exiſtens: Carteſius ſola materia & motu , hoc eſt, principiis mechanicis inde ortis , motu , quiete , figura univerſum mundum , & omnia ejus phænomena conſtruere, & explicare auſus eſt, & omnia in mundo impulſione fieri pronuntiat , omnem aliunde materiam primitivam homogeneam ſtatuens : Nevvton ex adverſo materiam heterogeneam potius amat , & univerſali , mutuaque rerum omnium attractione totum Mundum conditum fuiſſe , & gubernari. Carteſius omnia ſpatia cæleſtia ſtatuit plena ; Nevvton vacua : Carteſius aſtra vorticibus innatantia, & ope impulſionis circumducta ; Nevvton aſtra ipſa in vacuo ope attractionis univerſalis una cum projectione convolvi affirmat. Carteſius omnia corpora eſſe levia, ſeu centrifuga, Nevvton gravia, ſeu centripeta : Carteſius igitur gravitatem per externam impulſionem ; Nevvton per attractionem explicat ; eoque pacto plurima diverſimode uterque explicat, ut ſuis in locis dicemus . Illud inter alia vitio Nevvtonianis vertitur a quamplurimis , quod *occultas qualitates* e poſtliminio revocarent , & ſpecioſo attractionis vocabulo donarint ; quod ſtudio partium nimis indulgeant ; quod non tam Phyſicam, quam Geometriam tradere videantur. Quid ad hæc Nevvtoniani, & præcipue ad qualitatum occultarum caput, ſuo loco videbimus , cum de attractione diſputabimus. Bene multa ſunt quæ in utroque Syſtemate, in Carteſio, & Nevvtono probes , multa etiam quæ rejicias, ut in hujuſce operis decurſu animadvertes. Nevvtonum tota Anglia , & non pauci aliarum gentium philoſophi amplectuntur , inter quos numerantur multi, qui Nevvtonum non intelligunt, vixque ejus diſcipulos capiunt. Hæc impræſentiarum breviter perſtrinxiſſe ſufficiat.

SY-

SYSTEMA LEIBNITIANUM.

Quod Nevvtono, ejuſque Sectatoribus vitio communiter vertitur, eos nimirum occultas qualitates, & methaphyſicam Philoſophiam e poſtliminio revocare cæpiſſe; id ipſum apertius exequuntur Leibnitiani. *Gottofridus Gulielmus Leibnitius* Philoſophus Germanus, vir quidem & in Geometria Nevvtono comparandus, & in aliis etiam ſcientiis longe eruditus poſt editum Nevvtoni ſyſtema, quod non probavit, novam arripuit viam, nt Phyſicum mundi ſyſtema explicaret: adeo verum eſt, mundum a Deo hominum diſputationi traditum fuiſſe. Carteſianos vortices adhibitis correctionibus tenet, ut ſuo loco videbimus. Scholaſticorum præterea methodum, & concinnitatem impenſe probat. Illius ſyſtematis ſummam, & fundamentalia capita paucis accipe: & quoniam ſuamet expoſitione rejicitur hæc doctrina, ſatis erit eam hoc loco exponere, ubi hiſtorici tantum munus ago. Adſpectabilem hunc & univerſum mundum ex ſolis *Monadibus* compoſitum eſſe ſtatuit (*a*). *Monadum* autem nomine ſubſtantias quaſdam ſimplices, indiviſibiles, ingenerabiles, incorruptibiles, inextenſas, non figuratas, neque ullum ſpatium occupantes intelligit, quæ & a Deo immediate fuerunt productæ, & vi quadam activa, ſeu energia donatæ. Quoniam autem Leibnitanis ſimilitudo eſt identitas, omnes ſunt diſſimiles, neque dari poterunt duæ ſimiles. Monades vero omnes in quatuor claſſes, ſeu genera diſtribuunt: ad primum genus eæ omnes ſpectant, ex quibus corpora ſingula componuntur: ſunt iſtæ omnium imperfectiſſimæ, & præter vim motricem, qua præditæ ſunt, univerſum non niſi confuſiſſime repræſentant (*b*). In ſecundo genere, aut ordine, eæ collocantur, quæ mundum clare, ſed parum tamen diſtincte exhibent, & repræſentant, ex iiſque omnes bruto-

L 4 rum

(a) *acta Lipſienſia ſuplem. t. 7. a pag.* 500.

(b) *Mauſpertuis tom. 2. lettre 7. Budeus hiſt. phil. c. 6. Volf. in coſmolog. ſect. 2. c. 2.*

rum animas conflatas eſſe contendunt. Tertius monadum ordo eas omnes, & ſolas comprehendit, in quarum ſingulis univerſum clare, & diſtincte repræſentatur; ad hujuſmodi monandum claſſem animæ humanæ pertinent. In quarto demum ordine una ponitur monas omnium aliarum perfectiſſima, quæ non mundum ſolummodo, ſed omnia etiam poſſibilia videt, cognoſcit, & repræſentat, eamque proinde monadem dicunt Deum Optimum Maximum. Unde in qualibet monade rerum omnium univerſitas, aut confuſe, aut clare, aut diſtincte repræſentatur.

Si hos Philoſophos audiamus, ſingulæ monades ex propria vi, & energia in alias ſemper agere conantur: ſingulæ in ſingulas agunt, & ab omnibus in ſingulas reagitur: ab iiſque actionibus, & reactionibus conſociantur per contactum, & redduntur impenetrabiles; ab extrinſeco ſolum mutantur per additionem ſcilicet, qua aliis aliæ, velut literæ literis, adduntur. Similes, ſeu potius minus diſſimiles monades ſimilia corpora componunt; a diſſimilibus diſſimilia conſtituuntur. Ejus deinde ſunt naturæ, ut in ipſis ultimæ rationes eorum omnium, quæ in mundo accidunt, contineantur; eaque lege inter ſe omnes connectuntur, ut alius ſemper ex alio ſequatur ſtatus intra certum ordinem, & ſeriem mutationum, quæ in ipſis continentur. Quin immo licet innumeræ, & quaſi infinitæ ſint monades, & atomi, utpote quæ univerſum mundum citra ullum vacuolum replent, adeo ſunt inter ſe mutuo connexæ, eamque efficiunt harmoniam, ut ſi vel una pareat aut perturbetur, totum univerſum perturbetur. Præſtabilitam harmoniam, celeberrimum hujus Syſtematis paradoxon, ita explicant. Anima humana, inquiunt, ita eſt a Deo creata, ut ex ſe ipſa independenter a quacumque alia cauſſa, continuam, & impertu-babilem in ſe ſuarum cognitionum, & appetitionum ſeriem efficiat: ita ut ex prima cognitione, & ſtatu cætera omnia catenatim conſequantur; in eaque ratio ſufficiens omnium poſſibilium ejuſdem ſeriei contineatur. Hæc humanæ mentis vis, & indoles univerſas orbis partes

tes

tes continua & non interrupta cognitionum ſerie poteſt percipere, quin a corpore ullo modo dependeat, aut ullam ab eo impreſſionem accipiat: perindeque omnia percipit, ac ſi non eſſet corpus; corpore enim ſublato, eodem modo ſe haberet anima, & eaſdem omnino cognitiones, ideas, & idearum, ſenſuumque ſeries haberet, quas modo habet. Ex alia parte corpus humanum ita eſt comparatum, ut propria vi motrice independenter ab alia cauſſa omnes ſuas actiones efficiat, ad eaſque per ſeipſum determinetur, perinde ac ſi non eſſet anima, a qua minime dependet, neque affici, aut perturbari poteſt; cum in ſe ipſo habeat ſuarum actionum rationem ſufficientem; neque igitur corpus a mente, neque mens a corpore afficitur, aut impellitur, aut modificatur: hac, illac movetur corpus, ambulat, currit, ſedet, ſurgit, & cætera hujuſmodi peragit, quin anima ad id concurrat, id advertat, aut cognoſcat; eodemque pacto ea omnia efficerentur, licet abeſſet anima. Animi tamen perceptiones, cognitiones, & voluntates in ea enaſcuntur, cum reſpondentes paſſiones in corpore exiſtunt, aut excitantur; ita ut non ſolum coexiſtant, verum etiam aliæ ab aliis dirigi, excitari, & effici nobis videantur, quin tamen ullum ſit inter corpus, & animam, illorumqne actiones commercium: hæc, inquiunt, eſt præſtabilita a Deo inter corpus & animam harmonia, licet ſeſe invicem non agnoſcant.

Hæc Leibnitianæ de rerum principiis doctrinæ ſumma, quam *Chriſtianus VVolfius*, vir cæteroqui in Phyſicis, & Mathematicis rebus doctiſſimus, & plures alii Germani Scriptores magno partium ſtudio amplectuntur, & propugnant. Hujuſmodi ſyſtema ipſa ſua propoſitione ſatis impugnatur. Præſtabilita harmonia & humanam libertatem tollit, & Divinam imminuit, quidquid in contrarium Leibnitiani clamitent. Deum enim ſemper neceſſitari ad optimum, ſecundum celebre hujus ſententiæ effatum, & rationis ſufficientis principium & eſt falſum, & Divinæ libertati oppoſitum. Acerrime ea de re decertatum eſt inter Leibnitium ex una parte, Samuelem Clarke, & Nevvtonum ex

alia

alia (*a*). Qui etiam ſuadere poterunt ſingulas hujus chartæ, calami, & attramenti particulas eſſe animas quaſdam, in quarum ſingulis univerſum repræſentetur? Quid? Corpus & anima inurbane hoc in Syſtemate vivunt; quantumvis enim plurium annorum decurſu amico fœdere ſocientur, ne ſemel quidem ſeſe invicem ſalutare per Leibnitium licet. Sit iſta inter Leibnitianorum corporum, & animarum inofficioſa ratio; bona tamen eorum pace detur, ut cætera hominum corpora ſociis animabus ſuas ſaltem epiſtolas ſcribant, & commercium aliquod inter ſe inſtituant, & conſervent.

TA-

(a) *Vide Recueil des divines pieces ſur la philoſ. par monſ. Leibnits, Clarke &c. tom.* 2.

TABULA CRONOLOGICA PHILOSOPHIÆ.

NOn inutile tyronibus erit, expoſitam hactenus Philoſophicæ Hiſtoriæ Synopſim, brevi etiam Tabula Chronologica Philoſophorum abſolvere, ut & præcipuas Philoſophiæ epochas agnoſcant, & quo etiam tempore Sectarum Principes, celebrioreſque alii Philoſophi de nobiliſſima hac ſcientia bene meriti in mundo extiterint ſecundum ordinem annorum facillime videre poſſint. Nota lectori ſuppono prima ſaltem Chronologiæ Elementa, uſitatioreſque numerandi calculos, ac epochas: alibi jam iſta omnia tradidi, & fortaſſe etiam explicatius iterum exponam. Impræſentiarum tempus illud, quo Philoſophi ante Chriſtum natum floruerunt, duplici tantummodo calculo computamus, annis ſcilicet ab æra Philoſophorum directe, a Chriſti vero nativitate ordine retrogrado numeratis. Poſt Chriſtum natum æram tantummodo vulgarem adhibere ſatis erit; cum facillima ſit annorum ad epocham Philoſophicam, aut Mundanam reductio. Tempora illa, quæ a mundo condito uſque ad diluvium (*a*), & a diluvio uſque ad Thaletem (*b*) effluxerunt, omnino prætermitto; pauca enim ſunt, quæ a remotiſſimis illis temporibus habeamus: eaque nos Ignorantiæ, Confuſionis & fabuloſa tempora, primamque Artium, & Philoſophiæ infantiam nuncupare poſſumus. Quoniam vero Græcorum genio, induſtria, ſcriptis, & majori temporum proximitate factum eſt, ut artes longius promotæ, meliorique luce collocatæ fuerint, atque ad nos uſque pervenerint: hinc Græci, Thaleſque potiſſimum primum Græciæ lumen, Philoſophica Epocha ſtatuuntur. Porro in hac tabula ad annos nativitatis aut mortis Philoſophorum parum attendimus; ſed tempus præcipue notatur, quo illi maxime floruerunt, aut florere cæperunt. Unde non ſemel fit, ut Philoſophus, qui prius alio notatur in Tabula, illi fuerit in mundo ſuperſtes.

(a) annos 1656

(b) annos mundi 3420 circiter.

Tha-

Æra Philoſ.		Ann. ante Chri.
1	Thales, Mileſius, ſcholæ Jonicæ Princeps, natus olimpiade 35. nuncupatus *Sapiens* anno 3 olimpiadis 49, unde æram ducimus ab anno mundi 3420.	580
10	Anaximander, Mileſius, Thaletis diſcipulus, Zodiaci obliquitatis inventor.	570
15	Xenophanes, Eleaticæ Sectæ auctor, licet Anaximandro coævus fuerit, multo tamen longius vitam produxit.	565
23	Anaximenes, Mileſius, Anaximandri diſcipulus, & ſucceſſor, Gnomonis & horologii ſolaris, hoc eſt, Gnomonicæ inventor.	558
31	Pythagoras, Samius, ſub Tarquinio Superbo in Italiam venit, obiitque anno 4. olympiadis 70. Sectæ Italicæ, & Metempſicoſis auctor.	550
79	Heraclitus, Epheſius, Xenophanis auditor.	502
81	Parmenides, Eleates, Philoſophus egregius, Xenophanis auditor.	500
99	Diogenes, Apolloniates, Phyſicam coluit, & Anaximenem etiam audivit.	482
103	Anaxagoras, Clazomenius, Anaximenem Aſiæ audivit, primuſque Athenis Philoſophiam docuit.	478
120	Zeno, Eleates, Parmenidis diſcipulus, & primus Logicæ inventor.	461
131	Leucippus, Zenonis Eleatis auditor, Atomos in Phyſicam primus omnium, quos ſciamus, introductor.	450
139	Archelaus, Athenienſis, ſeu Mileſius, cognomento Phyſicus, eo quod poſt eum Moralem ſolummo-	442

	modo coluerit Socrates, quem ipſe inſtituerat.	
144	Empedocles, Agrigentinus, Philoſophus Pythagoricus, & inter primos chymicos numerandus.	437
150	Meton, Athenienſis, Aſtronomus eo tempore celebris, qui & annorum Cyclum invenit, & ſolſtitium obſervavit.	431
155	Socrates, Athenienſis, Archelai auditor: ſeu Philoſophiæ Moralis Epocha: floruit uſque ad annum 398 A. Chriſtum.	426
159	Democritus, Abderita, Sectæ Eleaticæ Philoſophus, inſignis Atomorum patronus: vixit uſque ad annos 338 A. C.	422
163	Protagoras, Abderita, Democriti diſcipulus, cujus libri fuerunt Athenis combuſti, & Auctor exterminatus.	418
167	Diagoras, Melius, *Atheos* nuncupatus, Democriti auditor, & Athenis capite plexus.	414
171	Xenophon, Athenienſis, Socratis diſcipulus, Philoſophus, & Imperator præclarus.	410
175	Ariſtippus, Cyrenæus, Socratis auditor, & ſcholæ Cyrenaicæ auctor, ac princeps,	406
179	Antiſthenes, Athenienſis, Socratis auditor, Cynicorum princeps, & fundator.	402
183	Plato, Athenienſis, Socratis auditor, Academiæ auctor: vixit uſque ad annum 346 A. C. Logica in formam redacta.	398
188	Euclides, Megarenſis, Socratis auditor, ſcholæ Megaricæ auctor.	393
195	Archytas, Tarentinus, nobilis Philoſophus Pythagoricus, & inſignis Machinarius.	386

Dio-

Æ.Ph.		A.C.
200	Diogenes, Sinopenſis, Antyſthenis diſcipulus, & inter Cynicos Philoſophos præclarus.	381
231	Ariſtoteles, Stagirita, Platonis auditor, ſcholæ Peripateticæ fundator: ſeu Logica, & Rethorica inſigniter promotæ: vixit uſque ad an. æræ Phil. 261. A. C. 320. ætatis ſuæ 62.	350
235	Speuſippus, Athenienſis, Auditor Platonis, ejuſdemque Succeſſor, & ex Sorore Nepos.	446
240	Anaxarcus, Abderita, Democriti, aut Metrodori diſcipulus.	341
243	Xenocrates, Chalcedonius, Platonis auditor, & poſt Speuſippum per 25. annos in Academia Succeſſor.	338
251	Pyrrho, Elius, Anaxarchi diſcipulus, Septicorum auctor, & princeps.	330
259	Theophraſtus, Ereſius, egregius Peripateticus, Ariſtotelis auditor, & Succeſſor: vir præterea in Eloquentia clarus.	322
275	Epicurus, Athenienſis, celeberrimæ Sectæ Princeps: ſeu Phyſica Mechanica Atomorum. Vixit uſque ad annum 270 A. C. ætatis ſuæ 72. Nulla veterum ſchola melius Phyſicam tractabat.	306
279	Zeno, Cittieus, Philoſophus Platonicus, Xenocratis auditor, & Stoicorum princeps: vixit uſque ad annum 262 A. C.	302
280	Hoc etiam tempore floruit Demetrius Phaleræus, Theophraſti diſcipulus, vir quidem & in Philoſophia, & in eloquentia, & in gubernanda Republica illuſtris.	201
283	Arceſilas, Pitanæus, Philoſophus Platonicus, ſed Academiæ mediæ fun-	398

Æ.Ph.		A.C.
	fundator ad annum uſque 239 A. C. floruit.	
290	Timocharis, Aſtronomiæ ſcientia clarus, eo tempore inter Græcos florebat.	291
295	Strato, Lampſacenus, Philoſophus Peripateticus, Theophraſti auditor, & ſucceſſor per 18. annos.	286
315	Lycon, Troas, Peripateticus, & Stratoni, quem audiverat, ſuccedens, annis 40. ſcholam duxit.	266
319	Cleanthes, Aſſius, Zenonis Stoici, auditor, primuſque in magiſterio ſucceſſor.	262
342	Lacydes, Cyrenæus, Academicus: Arceſylo mortuo ſucceſſit, & per 26 annos docuit.	239
340	Eratoſthenes, nobilis Aſtronomus, & in omnibus ſcientiis clarus, Ariſtonis diſcipulus, & Plato minor nuncupatus, mortuus eſt octogenarius olympiade 146. annis circiter 193. A. C.	241
247	Chryſippus, Solenſis, Stoicus, poſt Cleanthem, quem audiverat, Stoicorum ſcholam direxit.	234
355	Ariſto, Ceus, Peripateticus, poſt Lyconem præceptorem ſuum Lycæo præfuit.	226
367	Evander, Phocenſis, Academicus, Licydis auditor, & Succeſſor: cum eo tamen Telecles in eadem ſchola ſimul docuit.	214
387	Hegeſinus, Pergamenus, Academicus, Evandri auditor, & in eadem ſchola Succeſſor.	194
391	Diogenes, Babylonius, Philoſophus Stoicus, & in ſchola Chryſippo præceptori ſuo ſucceſſit. Anno Urbis C. 599. A. C. 154. miſſus eſt Athenis Romam legatus.	190

Cri-

Æ.Ph.		A.C.
407	Critolaus, Peripateticus, Ariſtonis auditor, & ſucceſſor: Roma cum Diogene, & Carneade miſſus fuit legatus.	174
411	Carneades, Cyrenæus, Philoſophus Platonicus, Hegeſini diſcipulus: Academiam novam fundavit, ſeu potius in primævum ſtatum, ſplendorem, & dogmata Platonis reſtituit.	170
419	Hyparchus, Aſtronomorum Princeps, cujus obſervationes ad nos uſque pervenerunt: plures annos poſt notatum ad marginem vixit.	162
439	Antipater, Tarſenſis, Stoicus, Diogenis auditor, & Succeſſor in eadem ſchola.	141
451	Clitomachus, Carthaginenſis, Platonicus, Carneadi, quicum docuerat, per 30. annos in ſchola ſucceſſit.	130
467	Panætius, Rhodius, Philoſophus Stoicus, Antipatri auditor, & Poſidonii præceptor.	114
415	Oritur Cicero, Philoſophus Platonicus, & Romanorum Oratorum Princeps an. U.C. 648, & ad an. uſque 711. vitam produxit.	106
483	Philo, Lariſſæus, Philoſophus Platonicus, Clitomachum audivit, illique in Academia ſucceſſit, quo in munere ſocium habuit Charmidam, ut aliqui exiſtimant. Philonem Romæ audivit Tullius Cicero.	98
495	Antiochus, Aſcalonita, Philoſophus Platonicus, Philonis diſcipulus, & Succeſſor: Tullium Ciceronem Athenis docuit.	86
498	Zeno, Sidonius, & Phædrus Athenienſis, Philoſophi Epicurei. Utrumque Athænis audivit Tullius.	83

Poſ-

500	Poſidonius, Apamienſis, Stoicus, quem etiam Rhodi audivit Tullius.	81
520	Florebat Lucretius elegans poeta Latinus, & Philoſophus Epicureus, natus anno V. C. 656. an. vero 700. ſibi mortem conſcivit. Ab Lucretii tempore Philoſophia Epicuri Romæ magno in plauſu eſſe cœpit. Eodem etiam tempore vivebat M. Terentius Varro, Philoſophus, & Romanorum eruditiſſimus.	

Anni poſt Chriſtum.	*Sequitur Tabula Chronologica a Chriſto nato ad hæc tempora.*
20	Philo, Judæus. Philoſophus Platonicus, homo quidem Eloquentia, & aliis ſcientiis clarus. Eo tempore plurimi Platonici Romæ florebant.
25	Potamon, Alexandrinus, Eclecticæ Philoſophiæ parens, & fundator; licet alii antiquiores Philoſophi huic Sectæ viam ſtraverint.
50	Lucius Annæus Seneca, Philoſophus Stoicus, Neronis Imperatoris magiſter: eodem etiam tempore florebat Apollonius Thyanæus Philoſophus, & Magus.
80	Obiit hoc anno Plinius ſecundus, Senior, Hiſt. Naturalis Scriptor. Eodem tempore floruit Strabo Geographus, & Philoſophus præclarus.
110	Plutarchus, egregius Philoſophus, & Hiſtoricus ſub Trajano: per hæc tempora vivebant Sextus Empyricus, Favorinus, Epictetus.
ab an. 140 ad 180	Sub Imperatoribus Antonino, & Marco Aurelio Ætas aurea Philoſophorum Romæ, ubi Platonici potiſſimum florebant Apulejus, Lucianus, Celſus.
130	Claudius Ptolomæus, nobilis Geographus, & Aſtronomus Alexandrinus.
ab an. 200 ad 300	Plures SS. PP Philoſophiam Platonis colunt. Plurimi Platonici Chriſtianis favent. Photinus, Longinus, & plures alii Platonici. Aphrodiſeus, & Ammonius Ariſtotelem interpretantur.
330	Lactantius Firmianus ſub Conſtantino M. Vir, teſte D. Hyeronimo, omnium ſui temporis eruditiſſimus, & pauperrimus. Eodem Sæculo florebat Jamblichus, & plurimi alii Platonici.
ab an.	Philoſophiæ & Artium in Europa inclinatio,

400 ad 460 tio, cadente Imperio Romano. Ignorantia, & Barbaries graſſari incipiunt.

520 Boetius morientis Philoſophiæ decus, in Italia florebat; aliquos Ariſtotelis libros in latinum ſermonem tranſtulit, unde Ariſtoteles inter latinos magis innoteſcere cœpit. Per idem tempus Proclus Mathematicus, & Philoſophus floruit.

700 Philoſophia, & Artes in Europa penitus obliteratæ fere ad undecimum Sæculum.

800 Arabes in Aſia traductis in nativum idioma Ptolomæi Almagello, Ariſtotelis libris, & aliis Græcorum Scriptis, Geographiæ, & Philoſophiæ operam navant.

950 Alpharabius, nobilis Philoſophus, & Medicus Arabs. Philoſophia Arabum per id temporis Cordubæ legebatur, unde paulatim per totam Europam diffundi contigit.

970 Almanſor, ſeu Raſis, Arabs, Philoſophorum ſui temporis Princeps.

1040 Aboaly Abinſceni, ſeu Avicenna Philoſophus, & Medicus Arabs celeberrimus, obiit anno 1050.

1120 Averroes, Arabs Cordubenſis, Philoſophus, & Medicus, Ariſtotelis commentator celebris.

ab an 1200 ad 1300 Philoſophia Arabum Peripatetica a Corduba Pariſios jam translata illuſtratur, & per Europam diffunditur per Alexandrum de Hales, Albertum Magnum, D. Thomam, Scotum, & alios: unde omnes ſcholas invaſit, & per tria integra ſæcula occupavit.

1650 Philoſophia, & Artes reſtitutæ, ac inſtauratæ; ſeu Renatus Des-Cartes, qui eo anno in Svecia occubuit ætatis ſuæ 54. Plurimum etiam Philoſophiæ, & Artium Inſtaurationem adjuvarunt, & promoverunt eodem tempore, quo Carteſius vivebat, Franciſcus Bacon, Comes de Ve-

rulamio, Petrus Gaſſendus, Athanaſius Kirker, Galileus, Boyle, & alii; poſtea vero Iſaacus Nevvton, Leibnits, &c.

1662 Regia Societas Londinenſis ſub auſpiciis Caroli Secundi Magnæ Britanniæ Regis Londini ad Phyſicam, & Mathematicam præcipue promovendas fundata.

1666 Academia Regia Pariſienſis a Ludovico Magno, Francorum Rege Pariſiis fundata, ut promovendis Scientiis, & Artibus operam navaret.

1699 Academia Regia Pariſienſis reſtituta, ſeu in meliorem formam redacta ſub eodem Principe.

ab an 1700 ad 1760 Phyſica Experimentalis ubique fere aut colitur, aut introducitur: Philoſophi ſenſim a Phyſica Syſtematica ad Eclecticam tranſeunt: novæ inſtituuntur Academiæ, ut Phyſicam Experimentalem, & Aſtronomiam &c. promoveant, Berolini ſcilicet anno 1710. Petroburgi anno 1724. Bononiæ anno 1714. Burdigalæ anno 1712. Edimburgi, Hiſpali in Hiſpania anno ut alias omittam.

IN-

INDEX
TOMI PRIMI.

§.

Prima pars, ſeu Elementa Geometriæ.

Luſitanæ juventuti operis totius nuncupatio, & diviſio. pag. V
Præfatio ad Geometriam. XIII
Diſſertatio prævia. De natura, ſeu notione, objecto, origine, progreſſu, præſenti ſtatu, diviſione, & methodo Geometriæ. XIX.
§. I. Geometriæ notio. *ibidem*
§. II. Origo Geometriæ, & prima illius epocha, atque ætas. XXI
§. III. Geometriæ progreſſus, & aurea illius ætas. XXIV
§. IV. Nova Geometriæ facies, epocha, & Inſtauratio. XXVI
§. V. Geometriæ diviſio, & partes. XXVIII
§. VI. Geometriæ methodus. XXX
Terminorum in Geometria familiarium explicatio, pag. 1
Generalia quædam ad Geometriam, Phyſicam, & reliquas ſcientias neceſſaria præmittuntur. 3
DEFINITIO Geometriæ. *ibid.*
— Quantitatis ſeu magnitudinis. *ibid.*
— Partium *aliquotæ*, *aliquantæ*, magnitudinis *Multiplicis*, *æquimultiplicis*, &c. 4
— *Rationis*, terminorum *rationis*, *rationis æqualitatis*, *inæqualitatis*, &c. 4 & 5
— *Rationis Geometricæ*, *Arithmeticæ*, *rationalis*, *irrationalis*. 5
— Rationis *duplæ*, *triplæ*, &c. *ſubduplæ*, *ſubſcriplæ*. 6
— Exponentis, ſeu quotientis. *ibid*
Modus exprimendi rationes. *ibid.*
DEFIN. proportionum, terminorum ipſarum proportionum, &c. 7
— Proportionis *Arithmeticæ*, *Geometricæ*, rationum ſimilium, &c. 7, 8
— Rationum diſſimilium. *ibid.*
— Proportionis *continuæ*, *directæ*, &c. 9
Modus exprimendi prædictas rationes, & proportiones. *ibid*

DEFIN. Proportionis *Ordinatæ*, *Perturbatæ*. 10
— *Directæ*, *Inverſæ*, *Compoſitæ*. 10. 11
— Rationis *duplicatæ*, *triplicatæ*, &c. *ſubduplicatæ*. &c. 11
Diſcrimina rationum *duplæ*, & *duplicatæ*, &c. 12
AXIOMATA univerſalia omnem magnitudinem ſpectantia. Poſtulatum. 13
PROP., ſeu theoremata evidentia, & univerſalia ex 5 Euclidis lib. deſumpta. 14
PROPOSITIO I. Si Magnitudines quæcunque M, N, &c. *ibid.*
PROP. II. Si magnitudines M, N, *ibid.*
PROP. III. *ibid.*
PROP. IV. *ibid.*
PROP. V. Si ſingula anteced. A, B. C, &c. *ibid.*
PROP. VI. Magnitudines quæcunque ſunt inter ſe, ut earum partes ſimiles. 15
PROP. VII. Ratio argumentandi *permutando*. *ibid.*
PROP. VIII. Ratio argumentandi *invertendo*. *ibid.*
PROP. IX. & COROLL. Ratio argumentandi *componendo*. 15. 16
PROP. X. & COROLL. Ratio argumentandi *dividendo*. 16. 17
COROLL. II. Ratio argumentandi *convertendo*. 17
PROP. XI. Ratio argumentandi *ab æqualitate ordinata*. *ibid.*
PROP. XII. Ratio argumentandi *ab æqualitate perturbata*. 18

ELEMENTUM PRIMUM.

DEFIN. Puncti Geometrici, & lineæ Geometricæ. 18. 19
— Lineæ *rectæ*, *mixtæ*, *curvæ*, *circularis*, *diametri*, *ſemidiametri*, *chordæ*, *ſegmenti*. 19
— Superficiei, *planæ*, *curvæ*, *mixtæ*. 20
— *Circuli*, *ſemicirculi*, *concentricorum*, *excentricorum*, *tangentium*, *ſecantium*. *ibid.*
Modus exprimendi gradus, minuta prima, ſecunda, quid iſta ſint. *ibid.*
DEFIN. *Anguli*, *apicis*, *laterum*, anguli *rectilinei*, *curvilinei*, *mixtilinei*. 21
Angulorum menſura, anguli ſimiles, &c. *ibid.*
DEFIN. *Anguli recti*, *acuti*, *obtuſi*, *ad verticem oppoſitorum*, *ſegmenti communis*. 22
— Linearum parallelarum, obliquarum, angulorum alternorum, &c. *ibid.*
Axiomata quantitatem expectantia. 23
Communis angulorum rectorum menſura, & magnitudo. *ibid.*
Po-

Poſtulata Geometrica. 24

PROP. I. Singula puncta rectæ perpendicularis a b extremitatibus rectæ, quam perpendiculariter biſecat, æqualiter diſtant; & ſi æqualiter diſtent, &c. *ibid.*

COROLLAR. I. Unica tantum perp. ex dato puncto extra datam rectam, &c. *ibid.*

COROLLAR. II. Una tantum perp. ex dato puncto in data recta, &c. 25

PROP. II. Recta ad aliam perpendicularis ulterius producta etiam eſt perpendicularis. *ibid.*

PROP. III. Si duo puncta rectæ alicujus æqualiter ſeorſim diſtent ab extremis alterius rectæ, ſingula omnia ejuſdem puncta æqualiter ab iiſdem extremis diſtabunt; eritque, &c. *ibid.*

PROP. IV. Recta perpendicularis eſt omnium breviſſima, &c. 26

COROLLAR. primum, *ibid.*

COROLLAR. ſecundum. 27

PROP. V. Duæ rectæ ad tertiam perpendiculares, ſunt inter ſe parallelæ. *ibid.*

COROLLAR. Rectæ ſi tertiæ ſunt parallelæ, inter ſe ſunt parallelæ. *ibid.*

PROP. VI. Contactus circulorum fit tantum in puncto. *ibid.*

PROP. VII. Recta perpendicularis ad Chordam, eamque biſecans, tranſit per centrum, & viciſſim. 28

PROP. VIII. Diameter eſt omnium chordarum maxima: Cæterarum &c. 29

PROP. IX. Si ex puncto intra circulum, ſed extra illius centrum plures rectæ ad circumferentiam ducantur, maxima erit tranſiens per centrum, &c. *ibid.*

COROLLAR. Ex quocumque igitur puncto, &c. *ibid.*

PROP. X. Si a puncto extra circulum pluræ lineæ rectæ ad circulum ducantur, minima erit, quæ producta tranſit per centrum: ceterarum, &c. 30

PROP. XI. Si recta circulum tangat, &c. *ibid.*

PROP. XII. Inter tangentem, & periphæriam duci non poteſt alia tangens per idem punctum: maximi vero, &c. *ibid.*

PROP. XIII. Omnes anguli, quamvis infiniti, ab infinitis rectis ſupra eamdem rectam cadentibus in eodem puncto efformati, ſunt duobus rectis æquales: omnes vero, &c. 31

COROLLAR. Anguli ad verticem oppoſiti ſunt æquales. *ibid.*

DEFINITIO ſinus angulorum, aut arcuum. 32

PROP. XIV. Si obliqua duas parallelas ſecuerit, erunt primo, &c. ſecundo, &c. tertio, &c. *ibid.*
PROP. XV. Antecedenti converſa. 33
DEFINITIO Anguli in *ſemicirculo*, Anguli in *ſegmento*, angulorum *ſegmento*; anguli ad *centrum*, anguli ad *peripheriam*, anguli *inſcripti*, & *circumſcripti*. 33. 34
PROP. XVI. Angulus ſegmenti habet pro menſura dimidium arcum ejuſdem ſegmenti. 34
PROP. XVII. Angulus ad circumferentiam habet pro menſura dimidium arcus, cui inſiſtit, eſtque proinde, &c. 35
COROLLAR. Omnes anguli ad circumf. in eodem arcu inſiſtentes ſunt æquales. *ibid.*

ELEMENTUM SECUNDUM.

De Figuris Planis, eorumque proprietatibus. 36
DEEINITIO Figuræ *Plana*, *Rectilinea*, *Curvilinea*, *Mixtilinea*, *Regularis*, *Irregularis*. *ibid.*
— *Perimetri*, *Baſis*, *verticis*, *Altitudinis* Figuræ. *ibid.*
— *Æquilatera*, *Æquiangula Trianguli Rectilinei*, *Curvilinei*, *Mixtilinei*, *Iſoſcelis*, *Scaleni*, *rectanguli*, *acutanguli*, *obtuſanguli*, *hypotbenuſa*. 37
— Figuræ quadrilateræ rectilineæ, *Quadrati*, *Rectanguli*, *Rhombi*, *Romboidis*, *Parallelogrami*, *Trapezii*. 37. 38
PROP. XVIII. Omnes anguli cujuſcumque trianguli rectilinei, ſunt æquales duobus rectis; externus autem &c. 38
COROLLAR. I. Summæ angulorum omnium triangulorum ſunt æquales. *ibid.*
COROLLAR. II. Si duo triangula, &c. *ibid.*
PROP. XIX. In quocunque triang. majus latus majori angulo opponitur, & viciſſim. 39
COROLLAR. In quocunque igitur triangulo, &c. *ibid.*
PROP. XX. Si duo triangula habuerint duos angulos æquales, & latera æquales angulos comprehendentia, &c. *ibid.*
PROP. XXI. Duo triangula ſibi mutuo æquilatera, ſunt etiam æquiangula. 40
PROP. XXII. Diagonalis dividit quadratum, &c. in duas partes æquales &c. anguli oppoſiti ſunt æquales, &c. 40
PROP. XXIII. Quodcumque Polygonum regulare circulo inſcribi poteſt. 41
COROLLAR. Quodcunque polygonum regulare in triangula æqualia æquilatera dividitur. *ibid.*
PROP. XXIV. Parallelograma habentia eamdem baſim, & æqualem altitudinem ſunt æqualia. 42

CO-

COROLLAR. Triangula quæcumque æqualis baſis, & altitudinis ſunt æqualia. *ibid.*
PROP. XXV. In triangulo rectangulo quadratum hypothenuſæ duobus aliis ſimul æquale eſt. 43
Modus dimetiendi planas quaſcunque ſuperficies, quadrata, triangula, parallelograma, polygona, circulos, Trapezia. 43. 44. 45. 46

ELEMENTUM TERTIUM.

De Planarum ſuperficierum ſimilitudine, & proportione.
DEFINITIO Figurarum ſimilium, ſegmentorum, & arcuum ſimilium, &c. 47
LEMMA Facta quæcumque rationem inter ſe habent compoſitam ex rationibus quantitatum producentium. *ib.*
LEMMA Facta quæcumque ex magnitudinibus æqualibus, & aliis inæqualibus producta ſunt inter ſe, ut magnitudines inæquales. 48
PROP. XXVI. Ratio parallelogramorum habentium eamdem baſim, & altitudinem. 49
COROLLAR. Ratio triangulorum æqualis baſis, aut altitudinis. *ibid.*
PROP. XXVII. Ratio compoſita parallelogramorum. *ib.*
PROP. XXVIII. Parallelograma baſium, & altitudinum reciprocarum ſunt æqualia, & viciſſim. 50
COROLLAR. I. Idem demonſtratur de triangulis. 51
COROLLAR. II. Si ſint 4 lineæ proportionales, rectangulum extremarum æquale eſt rectangulo mediarum. 51
COROLLAR. III. Si lineæ proportionales ſint 3 rectangulum extremarum æquale eſt quadrato dimidiæ. *ibid.*
LEMMA. Si rectæ parallelæ obliquam in partes æquales dividunt, æqualiter a ſe mutuo diſtant, & viciſſim. 52
PROP. XXIX. In triangulo quocumque recta uni laterum parallela alia duo latera ſecat proportionaliter, & viciſſim. *ibid.*
COROLL. Triangula quæcumque æquiangula ſunt ſimilia, &c. 53
PROP. XXX. Si in triangulo rectangulo ab angulo recto dimittatur perpendicularis ad baſim, fient duo triangula inter ſe, & toti ſimilia. *ibid.*
COROLL. In eodem caſu perpendicularis eſt media perpendicularis &c. 54
PROP. XXXI. Parallelograma ſimilia habent altitudines lateribus homologis proportionales. *ibid.*
COROLL. I. Idem demonſtratur de triangulis ſimilibus. *ibid.*

CO-

COROLL. II. Parallelograma ſimilia, item & triangula, &c. ſunt ut quadrata laterum homologorum. 55
PROP. XXXII. Triangula, in quæ polygona ſimilia dividuntur, ſunt ſimilia. *ibid.*
COROLL. I. Polygonorum ſimilium ambitus ſunt inter ſe ut ſingula latera homologa. 56
COROLL. II. Quæcumque figuræ planæ ſimiles ſunt inter ſe, ut quadrata laterum homologorum. *ibid.*
COROLL. III. Figuræ quæcumque regulares ſimiles ſunt inter ſe, ut quadrata radiorum circulorum, quibus inſcribuntur. 57
COROLL. IV. Circulorum peripheriæ ſunt inter ſe, ut radii; Circuli vero, ut quadrata radiorum. *ibid.*
Modus inveniendi rationem inter quaſcumque figuras ſimiles datas. 58
Sectio, & Comparatio planorum inter ſe. *ibid.*
DEFIN. lineæ perpendicularis ad planum obliquæ, anguli inclinationis. 58. 59
— Plani ad planum perpendicularis, obliqui paralleli. 59
— Planorum inclinationis. *ibid.*
PROP. XXXIII. Communis planorum ſectio & linea recta. 60
PROP. XXXIV. Duæ rectæ perpendiculares ad planum ſunt inter ſe parallelæ. *ibid.*
PROP. XXXV. Si duæ rectæ ſunt inter ſe parallelæ, atque earum una ſit ad planum perpendicularis, etiam altera &c. *ibid.*
PROP. XXXVI. Ab eodem puncto unius plani unica tantummodo ad dictum planum perpendicularis excitari poteſt. 61
PROP. XXXVII. Ex quocunque puncto extra planum una tantum perpendicularis ad planum duci poteſt. *ibid.*
PROP. XXXVIII. Recta erit perpendicularis ad planum, ſi ſit perpendicularis ad duas rectas in eo plano per punctum incidentiæ ductas. *ibid.*
PROP. XXXIX. Si recta aliqua fuerit ad duo, vel plura plana perpendicularis, ea plana erunt parallela. *ibid.*
PROP. XL. Si recta aliqua ſit ad planum perpendicularis, omnia plana per illam rectam ducta, erunt etiam ad idem planum perpendicularia. 62

ELEMENTUM QUARTUM.

De Superficie, Profunditate, Proportione, & Menſura Corporum.
DEFIN. Corporis Geometrici: anguli ſolidi, &c. 63

-- Cor-

— Corporum regularium ſimilium, laterum homologorum. ibid.
— Pyramidis rectæ, obliquæ; illius baſis, altitudinis, axis, verticis. 63. 64
— Pyramidis triangularis, quadratæ, poligonæ: Pyramidis conicæ &c. 64
Geneſis Pyramidis cujuſcunque, aut coni. ibid.
DEFIN. Parallelepipedi, Cubi, Cylindri, Polyedri, Pryſmatis. 65. 66
Geneſis cujuſcumque Pryſmatis, Cilindri &c. ibid.
DEFIN. Sphæræ. 67
PROP. XLI. Pryſma quodcumque eſt factum ex baſi in altitudinem ducta. ibid.
PROP. XLII. Duo pryſmata æqualium baſium ſunt inter ſe, ut altitudines: & ſi altitudines &c. 67
Modus eliciendi, & dimetiendi maſſam pryſmatum, & omnium aliorum ſolidorum. ibid.
PROP. XLIII. Pryſmata habent inter ſe rationem compoſitam altitudinum, latitudinum, profunditatum. 68
COROLL. Pryſmata ſimilia ſunt inter ſe, ut cubi longitudinum v. g. 69
Ratio eliciendi proportionem cuborum, & corporum quorumcunque ſimilium. ibid.
PROP. XLIV. Superficies corporum ſimilium ſunt inter ſe ut quadrata ſuarum dimenſionum homologarum. 70
PROP. XLV. Cylindrus eſt Pryſma infinitorum laterum. ibid.
COROLL. Proprietates Cylindrorum. 71
PROP. XLVI. Pyramides triangulares quæcumque æque altæ ſunt inter ſe, ut baſes. ibid.
PROP. XLVII. Pyramis triangularis quæcumque eſt tertia pars pryſmatis eandem baſim & altitudinem habentis. 71. 72
PROP. XLVIII. Idem demonſtratur de pyramide polygona. 73
COROLL. Proprietates Pyramidum. 73
PROP. XLIX. Conus eſt pyramis infinitorum laterum. 74
COROLL. Proprietates Conorum. ibid.
PROP. L. Sphæra quæcumque æqualis eſt pyramidi, cujus baſis ſit ſphæræ ſuperficiei æqualis; altitudo autem ipſius ſphæræ radius. 75
COROLL. Sphæra igitur, ut pyramis tractari poteſt. ibid.
COROLL. Superficies ſphærarum ſunt inter ſe, ut quadrata ſuorum radiorum. 76
LEMMA. Superficies coni recti truncati &c. ibid.

PROP. LI. Superficies ſphæræ eſt æqualis rectangulo ſub diametro, & peripheria circuli maximi, ſeu quatuor circulis maximis ejuſdem ſphæræ. 77. 78
Ratio habendi cujuſcumque corporis menſuram. 78. 79

ELEMENTUM QUINTUM.

Sphærica ex Theodoſio, ſeu aliquæ proprietates circulorum, qui in ſphæræ ſuperficie conſiderantur, a tyrone Philoſopho non ignorandæ. 80
DEFIN. Axis ſphæræ, ipſius polorum; polorum etiam cujuſcumque circuli in ſphæra deſcripti. 81
HYPOTHESIS, ſeu propria ſphæræ geneſis. ibid.
COROLL. I. Si ſphæra plano quomodocumque ſecetur, communis ſectio eſt circulus. 82
COROLL. II. Communis plani ſectio, & ſphæræ tranſiens per centrum, eſt Circulus habens centrum commune cum ſphæra. ibid.
COROLL. III. Omnes circuli tranſeuntes per centrum ſunt maximi; & viciſſim, &c. ibid.
COROLL. IV. Omnes circuli maximi ſphæræ ſunt æquales inter ſe. 83
COROLL. V. Omnes circuli maximi ſphæræ eam dividunt in duas partes æquales. ibid.
COROLL. VI. Omnes circuli maximi ſphæræ ſe mutuo ſecant in duas partes æquales. ibid.
COROLL. VII. Circuli in ſphæra non maximi tranſeunt omnes extra centrum, & ſphæram in partes inæquales dividunt. 84
COROLL. VIII. Circuli non maximi in ſphæra eo minores ſunt, quo magis a centro diſtant. ibid.
COROLL. IX. Sphæra quæcumque tangit planum in unico tantum puncto. ibid.
COROLL. X. Recta a centro ſphæræ ad punctum contactus plani ducta, eſt ad planum tangens perpendicularis, & viciſſim &c. 85
COROLL. XI. Duæ Sphæræ in unico tantum puncto ſe poſſunt tangere. ibid.
COROLL. XII. Duo extrema cujuſcumque diametri, ſupra quam revolvitur ſphæra, ſunt poli omnium circulorum, quos puncta ſuperficiei ſphæræ hujuſmodi revolutione deſcribunt. ibid.
COROLLAR. XIII. Quicumque circuli in ſphæra inter ſe paralleli habent eoſdem communes polos. 86.
COROLL. XIV. Circuli, qui habent eoſdem communes polos, ſunt inter ſe paralleli. ibid.
COROLL. XV. Cujuſcumque circuli in ſphæra poli ſunt duo puncta diametraliter oppoſita. 87

CO-

COROLL. XVI. Polus cujuſcumque in ſphæra Circuli eſt illud punctum, quod ab eadem parte in ſuperficie ſphærica maxime diſtat ab ipſo circulo. *ibid.*
COROLL. XVII. Quilibet in ſphæra Circulus duos tantum habet polos. *ibid.*
COROLLAR. XVIII. Diameter ab uno ad alium polum ducta, tranſit per centra omnium circulorum, quorum poli ſunt prædicta illa duo puncta. 88
COROLLAR. XIX. Axis cujuſcumque circuli in ſphæra eſt ad ipſius circuli planum perpendicularis. *ibid.*
COROLL. XX. Circulus tranſiens per duos polos aliorum quorumcumque circulorum illos ſecat perpendiculariter, & per centrum. *ibid.*
COROLL. XXI. Circulus tranſiens per polos aliorum circulorum eos ſecat in duas partes æquales, communiſque eorum ſectio eſt diameter ipſorum circulorum. 89
COROLL. XXII. Circulus maximus, in ſphæra, minores inter ſe parallelos ſecans, qui per eorum polos tranſeat, eos bifariam non ſecat; eaque parallelorum ſegmenta majora ſunt, quæ ſunt verſus viciniores polos. *ib.*
COROLL. XXIII. Maximus circulus non tranſiens per minorum, & parallelorum circulorum polos, magis inæqualiter ſecat circulos a centro remotiores, quam viciniores. 90

APPENDIX.

Ad Elementa Geometriæ, in qua aliqua de ſectionibus Conicis &c. 91
DEFIN. Ellipſis, illius axium, diametrorum, parametri, focorum &c. 91. 92
Præcipuæ Ellipſis proprietates recenſentur. 93
DEFIN. Parabolæ, ejus foci, axis, ordinatarum &c. 94
Parabolæ proprietates præcipuæ explicantur. 94. 95
DEFIN. Hyperbolæ, illiuſque partium. 95. 96
PROP. LII. In Parabola quadrata applicatarum ad axim ſunt inter ſe, ut ſagittæ &c., & idem eſt de applicatis ad quamcumque aliam diametrum. 97
De Cycloide, illius geneſi, & proprietatibus. 98
De Logiſtica, illius geneſi, proprietate &c. 98. 99

APPENDIX ALTERA.

Exercitatio Geometrica, ſeu communia aliquot problemata ad praxim &c. 100
PROBLEMA I. Datam rectam quamcumque finitam in duas partes æquales ſecare. 101
PROBL. II. Ex dato puncto extra datam rectam, perpendicularem ad eamdem rectam ducere. *ibid.*

PRO-

PROBL. III. Ex dato puncto in data recta perpendicularem excitare. 102
PROBL. IV. Per datum quodcumque punctum extra datam rectam ducere rectam datæ rectæ parallelam. *ibid.*
PROBL. V. Angulum dato angulo parem conſtruere. 103
PROBL. VI. Per data tria puncta extra rectam lineam poſita circulum deſcribere. 104
PROBL. VII. Dati circuli centrum invenire. 105
PROBL. VIII. Datum arcum circularem biſariam dividere. *ibid.*
PROBL. IX. ſupra datam rectam triangulum æquilaterum deſcribere. *ibid.*
PROBL. X. Per extremitatem rectæ perpendicularem ducere. 106
PROBL. XI. Supra datam rectam quadratum, aut rectangulum exhibere. *ibid.*
PROBL. XII. Supra datam rectam Rhombum, ſeu Parallelogramum quodcumque ſub dato angulo conſtituere. 107
PROBL. XIII. Dati cujuſcumque polygoni regularis angulum, ſeu anguli valorem invenire. *ibid.*
PROBL. XIV. Supra datam rectam polygonum quodcumque regulare datum conſtruere. 108
PROBL. XV. Quadratum pluribus ſimul quadratis æquale conſtruere. *ibid.*
PROBL. XVI. Datorum quadratorum differentiam invenire. 110
PROBL. XVII. Datis duabus rectis mediam proportionalem invenire. *ibid.*
PROBL. XVIII. Quadratum æquale rectangulo dato conſtruere. 111
PROBL. XIX. Dato triangulo cuicumque rectilineo quadratum æquale conſtruere. *ibid.*
PROBL. XX. Datam quamcumque ſuperficiem, ſeu campum &c. metiri. 112
PROBL. XXI. Data area campi triangularis & illius baſi, invenire altitudinem : aut data altitudine, & area, invenire baſim. *ibid.*
PROBL. XXII. Data circuli ſemidiametro, v. g. ſemidiametro Telluris, invenire circumferentiam, & totam aream &c. 113
PROBL. XXIII. Datis duabus rectis, tertiam proportionalem invenire. *ibid.*
PROBL. XXIV. Data circumferentia circuli, v. g. maximi terræ circuli, invenire diametrum, ſemidiametrum, & aream ejuſdem. *ibid.*
PRO-

PROBL. XXV. Datis tribus rectis, quartam proportionalem invenire. 114
PROBL. XXVI. Invenire rationem, quam inter ſe habent duæ quæcumque figuræ ſimiles, data ratione quam habent latera homologa. *ibid.*
PROBL. XXVII. Circulum datis tribus circulis æqualem deſcribere. 115
PROBL. XXVIII. Data ratione, quam inter ſe habent homologa latera corporum ſimilium, invenire rationem ſuperficierum, & maſſarum. 116
PROBL. XXIX. Datam rectam dividere in quaſcumque partes volueris æquales, inæquales, & in quacumque proportione data. 117
PROBL. XXX. Scalam geometricam conſtruere. 118
PROBL. XXXI. Altitudinem quamcumque, ad cujus pedem accedere poſſumus, v. g. obeliſcum dimetiri. 119
PROBL. XXXII. Quantum horizontalis planitiei datæ montis declivitati reſpondeat, invenire. 120
PROBL. XXXIII. Figuram datæ ſimilem conſtruere, quæ eam in data ratione excedat, aut ab ea excedatur. 121
PROBL. XXXIV. Datæ ſphæræ, v. g. Telluris Semidiametro, reliquas omnes illius menſuras, ſcilicet circulum maximum, ſuperficiem, & maſſam invenire. 122

Finis Indicis Primæ Partis.

INDEX

Secundæ Partis Tomi Primi.

Hiſtoriæ philoſophicæ Sinopſis. 123
Ejuſdem Præfatio & diviſio. *ibid.*
Ejuſdem pars prima. 125
Pars Secunda hiſtoriæ philoſophicæ. 141
Secta Jonica, ejuſque Caracter. *ibid.*
—— Cyrenaica. 143
—— Megarica. *ibid.*
—— Eliaca. 144
—— Academia, & præcipua ejus dogmata. *ibid.*
—— Cynica. 146
—— Stoica. 147
—— Italica, ſeu Pythagorica. 149

— Elea-

—— Eleatica. 151
—— Pyrronica. 152
—— Epicurea. 153
—— Peripatetica vetus. 155
—— Ecclectici. 156
—— Peripatetica Recentior. 159
Philoſophia Carteſiana. 161
Atomiſtæ, ſeu Gaſſendiſtæ. 162
Nevvtoniani, & diſcrimen inter Carteſii, & Nevvtoni Philoſophiam. 163
Syſtema Leibnitianum. 165
Tabula Cronologica Philoſophiæ. 169

Finis Indicis Secundæ Partis Tomi Primi.

ERROR CORRIGE.

Pag. 32	num. 85	lin. 2	erunt primi	erunt primo
81	187	7	AR, PV, ZY	AR, TV, ZY,
98	219	4	116	106
114	257	3	per ſextam,	per quartam
117	263	1	Fig. 70	adde 71
119	264	24	ſecundam datam	ſecundum datam
119	265	9	exactae	exacte
121	267		prope finem	adde Fig. 61
125		7	rerum	verum
165		25	Leibnitanis	Leibnitianis.

FINIS TOMI PRIMI.

ADDENDA

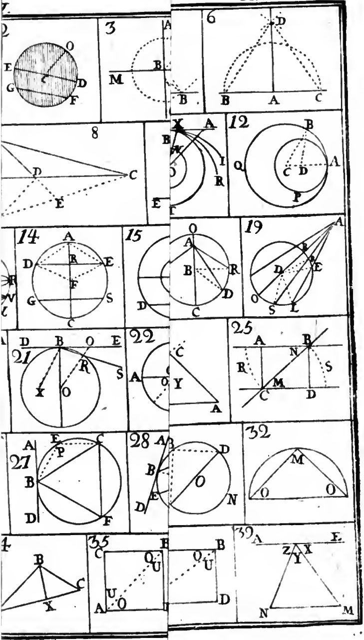
AD EPISTOLAM NUNCUPATORIAM.

EXpoſitam voluminum ſeriem & ordinem, quam in generali totius operis diviſione ſuperius indicavi, non ita mihi ſtatui, ut nihil in illa invertendum deinceps cenſerem. Re iterum perpenſa, prudentioris conſilii eſſe exiſtimavi integrum opus, ſervata alias argumenti diviſione, ita in duas partes diſtribuere, & volumina ordinare, ut prima quidem totam Philoſophiam naturalem, ſecunda Rationalem complecteretur: quæ quidem & facile ſeparari poſſunt, duoque veluti diverſa opera efficere, & in unum tamen idemque corpus deinceps reduci. Eo conſilio Philoſophiam Naturalem 7. Tomis comprehenſam modo damus, Rationalem poſtea daturi.

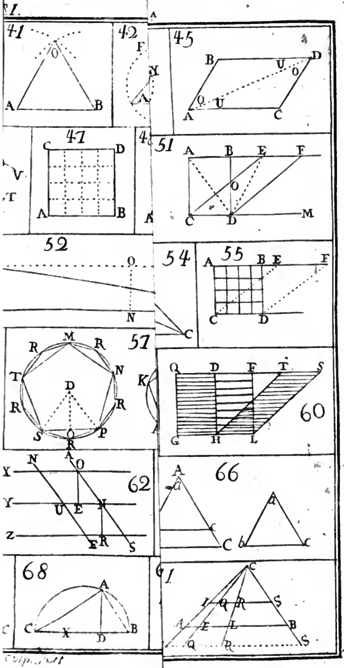
00526 7353

1901

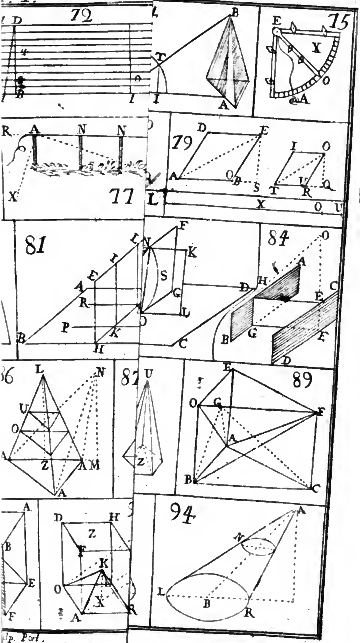
GEOM TAB I^A



Sculp. Port.

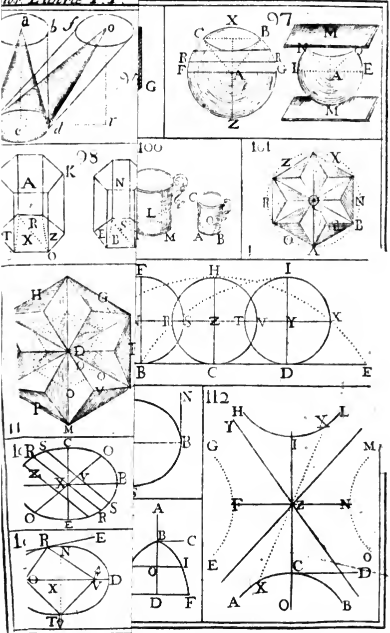

41
42
45
47
51
52
54
55
57
60
62
66
68

C. I. Tab. 3a



lp. Port.

lor. Liberæ T. I. GEOM. TAB. 4.



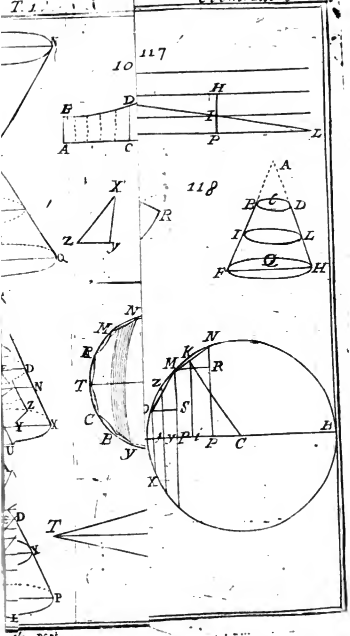
T

A

M

Digitized by Google

Geom. Tab. 5.



Google